

# DIGITALE MAGNETLAGERREGELUNG

## AUFBAU DES DIGITALEN REGLERS AM BEISPIEL PID-REGLER

### REGELUNG NACH DEM PRINZIP DER LOKALISATION

**F. Weidenmüller, A. Nickel**

*Elektrische Automatisierungs- und Antriebstechnik  
EAAT GmbH Chemnitz  
Annaberger Str.231  
09120 Chemnitz  
Tel. +49 371 5301911, Fax: +49 3715301913  
eaatgmbh@eaat.de*

**Prof. L. Zacharias, R. Lehmann**

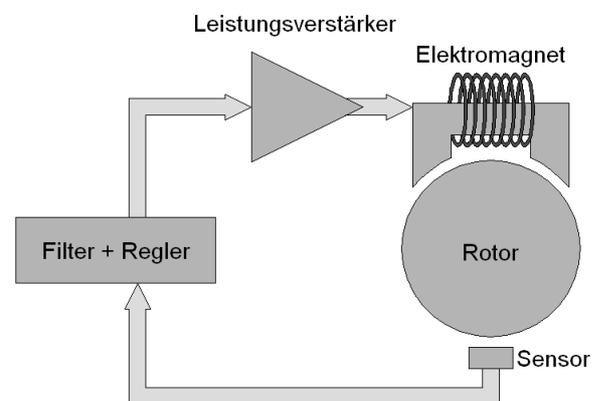
*Westfälische Hochschule Zwickau  
Fakultät Elektrotechnik  
Dr.-Friedrichs-Ring 2a  
08056 Zwickau  
Tel. +49 375 5361401, Fax: +49 3755361403  
elektrotechnik@fh-zwickau.de*

#### Kurzfassung

Magnetische Lager sind strukturinstabil. Sie benötigen in mindestens einer Achse eine aktive Lagerung. Zur Positionierung des Rotors werden schnelle Regelkreise benötigt, die auf analoger oder digitaler Basis arbeiten. Dieser Beitrag beschäftigt sich mit dem Aufbau eines schnellen digitalen Regelkreises bestehend aus Messsystemen, digitalen Reglern, Koordinatentransformation und Leistungsverstärkern. Basierend auf diesem Aufbau werden regelungstechnische Abläufe anhand von Blockschaltbildern dargestellt. Regler- und Filtergleichungen werden in Form von zeitdiskreten IIR-Filtern aufgestellt und in eine für eine Implementierung auf dem digitalen Regler notwendige Schreibweise überführt. Im ersten Teil des Beitrags liegt der Fokus auf der Stabilisierung der Lageregelkreise mit PID-Reglern. Vergleichend dazu wird im zweiten Teil die Stabilisierung mit PL-Reglern vorgestellt. Zum Schluss erfolgt eine Gegenüberstellung von Vor- und Nachteilen beider Reglerstrukturen anhand zahlreicher Kriterien. Es werden Inbetriebnahmehinweise und Erfahrungen im praktischen Aufbau einzelner Komponenten gegeben.

#### 1 Einleitung

Aktive Magnetlager-Regelkreise haben den im Bild 1 dargestellten vereinfachten Aufbau. Ein Lagemesssystem erfasst die Ist-Position des Rotors. Der Regler vergleicht den Sollwert der Position mit dem Istwert und ermittelt aus deren Differenz die Stellgröße. Diese Stellgröße wird dem Stellglied zugeführt, das aus einem Leistungsverstärker und der elektromagnetischen Lagerung besteht. Die elektromagnetische Lagerung erzeugt dann die Kraft, die für das Lagern des Rotors notwendig ist.



**Bild 1:** Regelkreis

## 2 Aufbau des digitalen Reglers

Der Einsatz von programmierbaren digitalen Schaltungen ermöglicht das Ausführen von mathematischen Beschreibungen als Regler- bzw. Streckenmodell. Der Vorteil beim Einsatz von frei programmierbarer Logik liegt in der Variabilität beim Ausführen verschiedenster Regler- und Streckenmodelle sowie in ihrer uneingeschränkten Parametrierbarkeit über einen PC oder ein anderes digitales Ein- bzw. Ausgabegerät. Bauelementetoleranzen und Drifterscheinungen entfallen ebenfalls in digitalen Regelsystemen. Mit der Digitalisierung spielen nun jedoch die Wert- und Zeitquantisierung, welche durch das Abtastverhalten der digitalen Schaltkreise hervorgerufen werden, eine wichtige Rolle. Dies ist ein großer Unterschied zur wert- und zeitkontinuierlichen analogen Regelung. Bei elektromagnetischen Lagern sind die zu regelnden Zeitkonstanten wesentlich kleiner als bei den in der Industrie häufig anzutreffenden rotierenden elektrischen Maschinen. Die kleinen Zeitkonstanten - sowie auch die Strukturinstabilität der Regelstrecke erfordern schnelle robuste Regler, die mit dem Einsatz von FPGAs möglich werden. FPGAs bestehen aus Gattermatrizen, die unabhängig voneinander gleichzeitig arbeiten können. Als zusätzlich integrierte Hardware stehen Multiplikationseinheiten, RAM, Flash-Speicher und vieles mehr zur Verfügung. Dies erlaubt die Realisierung sehr schneller Rechenschaltungen. Schnelle Analog- Digital-Wandler stellen die Sollwerte und die von den Sensoren erfassten Istwerte bereit. Durch das Oversamplingverfahren bei der Analog- Digital- Wandlerung kann bei einer Reduzierung des Rauschpegels auf der Magnetlagerregelstrecke die Messwertauflösung erhöht werden. Zur Parametrierung über verschiedene Kommunikationsschnittstellen und Berechnung von Filterkoeffizienten kommt ein Mikrocontroller zum Einsatz. Dieser erlaubt auch durch das Bereitstellen von Diagnose-schnittstellen den Zugriff auf alle internen Rechengrößen in Echtzeit.

## 3 Leistungsteil

Nach der Berechnung der Stellgrößen erfolgt die Leistungsverstärkung der Reglerausgangssignale. Diese geschieht durch eine pulswidenmodulierte MOSFET Endstufe. Der pulswidenmodulierte Vierquadrantenbetrieb des Leistungsteiles ermöglicht ein energieeffizientes Arbeiten. Der Einsatz von Feldeffekttransistoren erlaubt im Vergleich zu IGBT-Endstufen höhere Pulsfrequenzen. Bei Pulsfrequenzen von ca. 100kHz kann die Endstufe regelungstechnisch als PT1-Glied mit einer Zeitkonstante von  $5\mu\text{s}$  approximiert werden. Mit dieser Zeitkonstante im Leistungsteil sind auch sehr dynamische Regelstrecken beherrschbar.

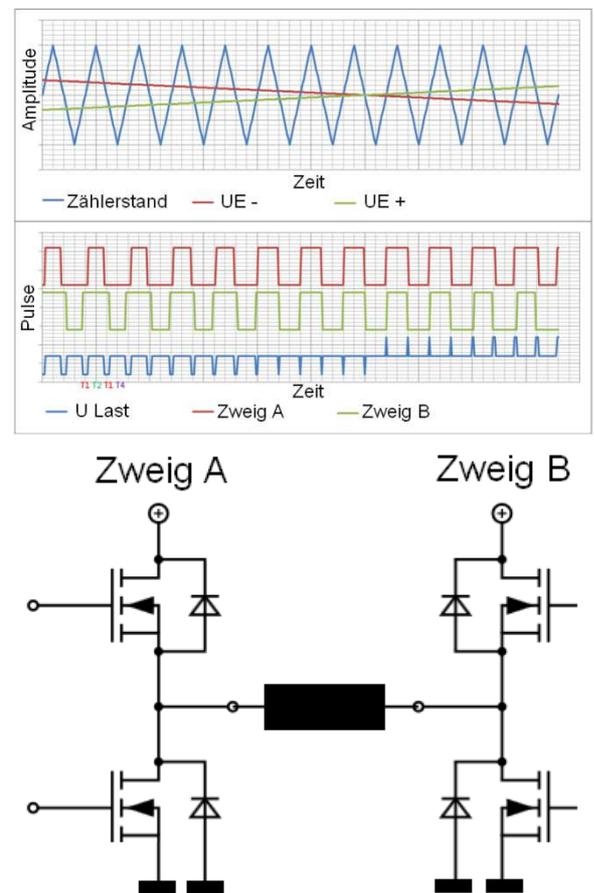
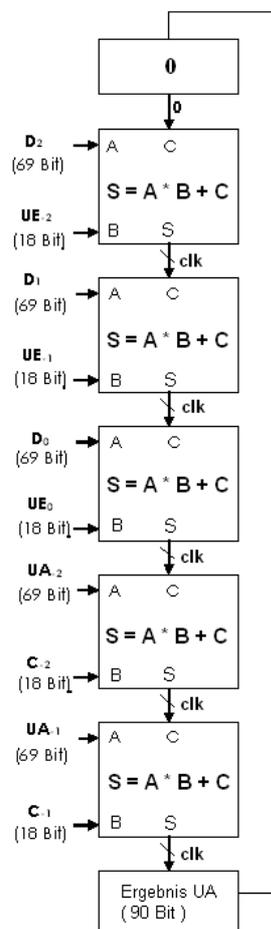


Bild 2: 4-Quadranten Pulsmuster H-Brücke

### 3 Filtergleichung im FPGA

Die Berechnung der Stellgrößen geschieht über die allgemeine Gleichung des IIR-Filters zweiter Ordnung. Die Realisierung des IIR-Filters wird durch Mehrfachnutzung einer Multiplikations-Additionskomponente erreicht. Diese Komponente organisiert die Multiplikation eines Eingangs- bzw. Ausgangssignales mit dem dazugehörigen Filterparameter und addiert das Ergebnis auf das vorhergehende auf. Nach 5 maliger Nutzung dieser Komponente ist ein IIR Filter berechnet und es erfolgt das Laden neuer Koeffizienten.



**Bild 3:** Ablaufschema IIR-Filter im FPGA

Die Finite State Machine ist so aufgebaut, dass der kaskadierte Stromregelkreis dreimal schneller ausgeführt wird als der Lageregelkreis.

Um die mathematische Beschreibung des Reglers auf dem allgemeinen IIR-Filter zu realisieren, findet die z-Transformation Anwendung. Die Gleichung des IIR-Filters lautet:

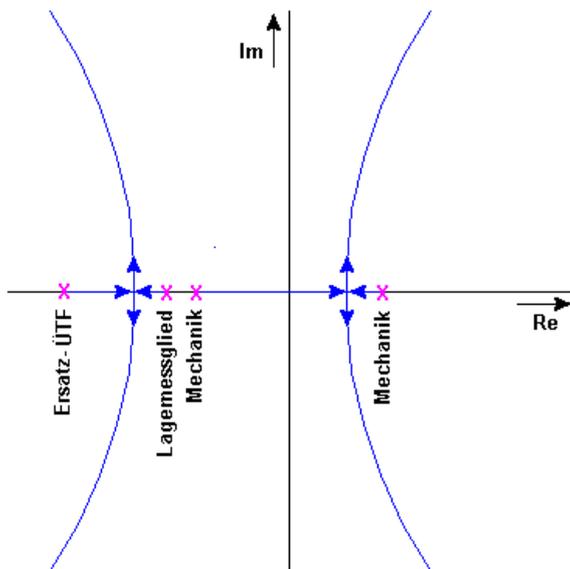
$$G_R(z) = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}{1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}} \quad (1)$$

$$U(k) = d_0 \cdot e_k + d_1 \cdot e_{(k-1)} + d_2 \cdot e_{(k-2)} - c_1 \cdot U_{(k-1)} - c_2 \cdot U_{(k-2)}$$

Diese Filtergleichung ermöglicht neben der Berechnung von PID Regler-Algorithmen auch andere Algorithmen (z.B. Bessel-Tiefpass oder Wien-Robinson-Bandsperre) zu behandeln, indem den IIR-Filterkoeffizienten andere Werte zugewiesen werden. Dies schafft eine Minimierung des benötigten Quellcodes.

### 4 Reglerentwurf

Für die Positionsregelung im magnetischen Lager kommt eine kaskadierte Reglerstruktur zum Einsatz. Dem Lageregelkreis ist ein Stromregelkreis unterlagert. Für den Stromregelkreis sind PI-Regler am weitesten verbreitet. Der Stromregelkreis wird betragsoptimal eingestellt. Dies garantiert bei geringem Überschwingen ein gutes Führungsverhalten. Ist der Stromregelkreis deutlich schneller als der Lageregelkreis, so kann dieser auch als Übertragungsglied erster Ordnung approximiert werden. Die meisten Optimierungs- und Einstellverfahren lassen sich für zeitunkritische stabile Systeme anwenden aber reichen für den Entwurf des Lagereglers nicht aus. Ein anwendbares Verfahren ist das Wurzelortskurvenverfahren. Mit diesem Verfahren lassen sich die Wurzelorte des geschlossenen Kreises in Abhängigkeit der Reglerkonfiguration darstellen. Es entstehen Kurven, die sich durch das Hinzufügen von Nullstellen oder Polstellen beeinflussen lassen. Stabilität besteht, wenn sich alle Wurzelorte auf der linken Halbebene des Pol-Nullstellendiagramms befinden. Wegen dem instabilen Pol der Strecke in der rechten Halbebene der Gausschen Zahlenebene ist es nicht möglich, das System allein mit einem Proportionalverstärker zu stabilisieren. Nach dem Schließen des Regelkreises erhält man den im Bild 4 dargestellten Kurvenverlauf.



**Bild 4:** Qualitative Wurzelortskurve des geschlossenen P-Regelkreises

Der rechte Wurzelast verläuft für jede gewählte Verstärkung auf der rechten d.h. instabilen Halbebene der komplexen Ebene. Zur Stabilisierung sind Nullstellen erforderlich, die man durch das Hinzufügen eines Differentialanteiles erhält.

## 5 Prinzip der Lokalisation

Als Alternative zum klassischen PID-Regler kommt der Regler nach dem Prinzip der Lokalisation in Frage. Er gilt als sehr robust und soll für nichtlineare, zeitinvariante und nicht genau bekannte Regelstrecken besonders geeignet sein. Damit wäre dieser für die schwierig zu bestimmenden Streckenparameter des Magnetlagers von Vorteil. Die Regelung beim Prinzip der Lokalisation erfolgt nach der höchsten Ableitung der Regelgröße. Wenn diese ein stabiles Verhalten aufweist, dann gilt die Annahme, dass auch das Gesamtsystem stabil ist. Ausgangspunkt ist die Beschreibung der Regelstrecke und der Vorgabe eines Wunschverhaltens, beides aufgelöst nach der höchsten Ableitung. In Bezug auf das Magnetlager lässt sich die Regelstrecke auf ein Glied 2. Ordnung

vereinfachen. Die gewünschte Dynamik wird in derselben Ordnung definiert und ist entscheidend für die später Verhalten des Magnetlagers. So sollte die Dämpfung idealerweise 1 betragen damit ein Überschwingen des geschlossenen Regelkreises vermieden wird. Desweiteren sollte die gewünschte Dynamik schneller als die Dynamik der unregelte Strecke sein.

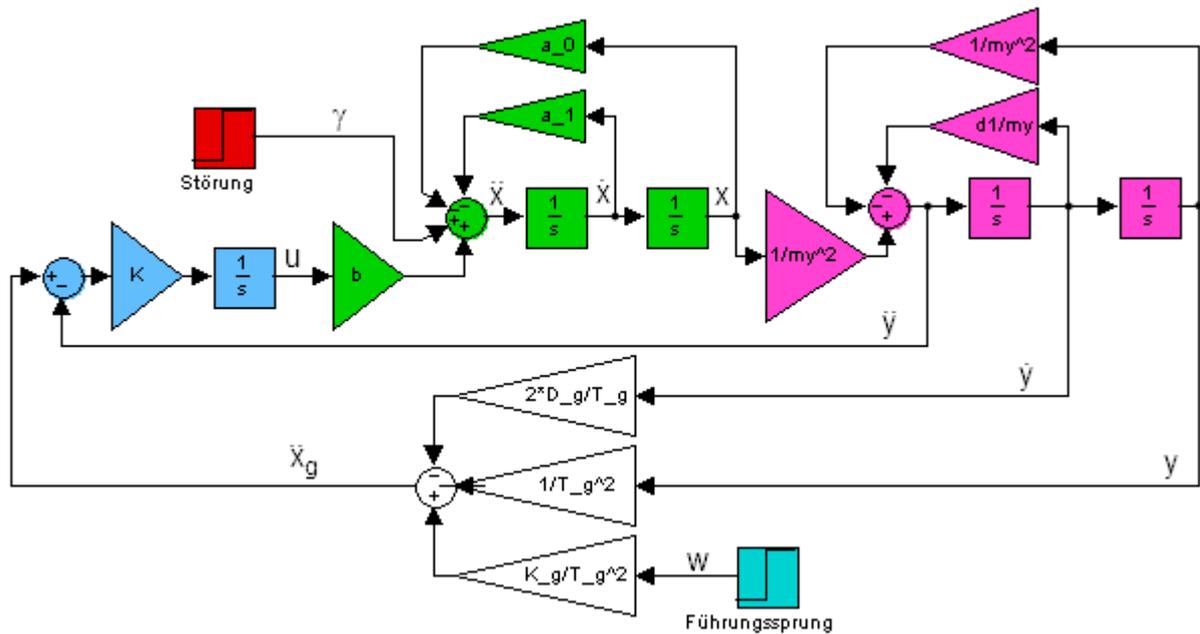
$$\ddot{x}_s = -a_1 \cdot \dot{x}_s - a_0 \cdot x_s + b \cdot u + \gamma(t) \quad (2)$$

$$\ddot{x}_g = -\frac{2 \cdot D_g}{T_g} \cdot \dot{x}_g - \frac{1}{T_g^2} \cdot x_g + \frac{K_g}{T_g^2} \cdot w \quad (3)$$

Die Bildung der Stellgröße  $u$  geschieht über die Kreisverstärkung  $K$  und die Differenzbildung von gewünschter und tatsächlicher höchster Ableitung. Um zu erreichen, dass nun beide höchsten Ableitungen  $\ddot{x}_s$  und  $\ddot{x}_g$  gleich groß sind, wird eine Verstärkung  $K$  gegen unendlich benötigt. Technisch wird dies mit einem Integrator umgesetzt.

$$u = \frac{K}{s} \cdot (\ddot{x}_g - \ddot{x}_s) \quad (4)$$

Auf das Magnetlager bezogen sind die gewünschte und die tatsächliche Beschleunigung gleich groß zu postulieren. Gleichzeitig gilt die Annahme, dass dies dann für Geschwindigkeit und Position ebenso zutrifft. Da die Messung der Beschleunigung und der Geschwindigkeit nur mit zusätzlichem Aufwand möglich ist, wird dem Magnetlager ein Filter nachgeschaltet, der die beiden Größen nachbildet. Damit Nachbildung und Realität in etwa gleich groß sind, muss die Zeitkonstante dieses Filters viel schneller als die gewünschte Zeitkonstante sein.



**Bild 5:** Modell des Regelkreises mit kontinuierlichem PL-Regler  
(Regelstrecke - grün, Wunschverhalten - weiß, Bildung des Stellwertes - blau, Filter - magenta)

Am Modell ist ebenso erkennbar, dass den über einen inneren Kreis angreifenden Störungen schnell entgegengewirkt werden kann. Die Berechnung der Filterparameter geschieht über die charakteristische Gleichung des inneren Kreises und einen Koeffizientenvergleich mit einer Differenzialgleichung, welche ein günstiges Verhalten für den Filter widerspiegelt.

### 6 Zeitdiskreter PL-Regler

Für die digitale Umsetzung ist es wichtig, den PL-Regler zeitdiskret zu betrachten. Dazu erfolgt mittels z-Transformation die Umwandlung vom diskreten Zeitbereich in den diskreten Bildbereich.

$$G_S(z) = \frac{x_s(z)}{u(z)} = \frac{b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}} \quad (5)$$

$$G_g(z) = \frac{x_g(z)}{w(z)} = \frac{C_{w1} \cdot z^{-1} + C_{w2} \cdot z^{-2}}{1 + C_1 \cdot z^{-1} + C_2 \cdot z^{-2}} \quad (6)$$

Die Hinführung zur Struktur des zeitdiskreten PL-Reglers geschieht wie im Kontinuierlichen über das Steuergesetz mit I-Anteil, Einführung eines zusätzlichen schnellen Filters sowie die charakteristische Gleichung des inneren Kreises und den Koeffizientenvergleich durch die Vorgabe - im Fall einer Strecke 2. Ordnung - einer dreifachen Polstelle. Damit ergeben sich für die Filterparameter folgende Gleichungen:

$$K \cdot \beta = \frac{1 - 3 \cdot z_s + 3 \cdot z_s^2 - z_s^3}{b_1 + b_2} \quad (7)$$

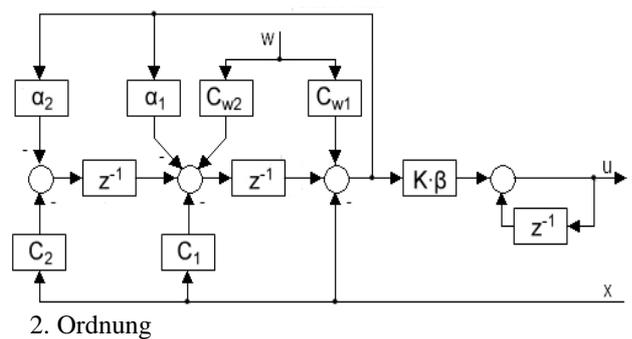
$$\alpha_1 = 1 - 3 \cdot z_s - \frac{1 - 3 \cdot z_s + 3 \cdot z_s^2 - z_s^3}{b_1 + b_2} \cdot b_1$$

$$\alpha_2 = z_s^3$$

Mit:

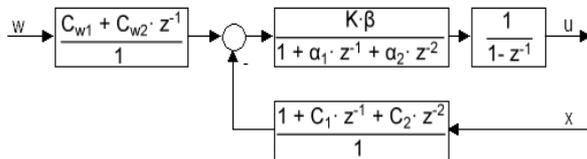
$$z_s = e^{-\frac{T_0}{T_i}}; \quad T_i = 0,1 \cdot T_g \quad (8)$$

**Bild 6:** Blockschaltbild des zeitdiskreten PL-Reglers



## 7 Überführung des PL-Reglers in die IIR-Filterstruktur

Ausgehend vom Steuergesetz kann dies so umgeformt werden, dass sich der PL-Regler in 4 IIR-Filter umsetzen lässt. Für einen Regelkreis 2. Ordnung sieht dies wie folgt aus:



**Bild 7:** Filterstruktur des zeitdiskreten PL-Reglers 2. Ordnung

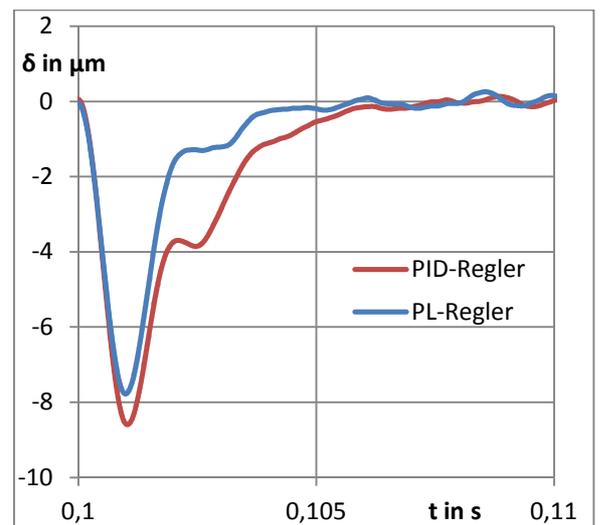
Die IIR-Filterstruktur kann aber nur funktionieren, wenn die verwendete Hardware große Bitbreiten erlaubt, da die höchsten Ableitungen des Ist- und Sollwertes, bedingt durch die schnellen Abtastzeiten, bereits sehr kleine Werte angenommen haben und die Differenzbildung dies noch einmal verschärft. Geringe Abhilfe verschafft bereits die Einführung von Skalierungsfaktoren. Jedoch ist eine modernere Hardware mit Bitbreiten von 32 Bit und höher die Vorzugslösung.

## 8 Einstellung der Reglerparameter

Für das Finden der optimalen Reglerkonfiguration stehen dem PL-Regler mehrere Parameter zur Verfügung. Hauptaugenmerk liegt auf der Einstellung der Wunschdynamik und der Kreisverstärkung. Den größten Einfluss hat die Festlegung der gewünschten Zeitkonstante des geschlossenen Regelkreises, die möglichst etwas kleiner als die tatsächliche gewählt werden sollte. Mit Erhöhung der gewünschten Dämpfung kann eventuell auftretendes Überschwingen unterdrückt werden. Zur Feinabstimmung dient die Kreisverstärkung. Vorteilhaft ist dabei, dass der PL-Regler auf die Vorgabe einer Wunschdynamik beruht und nicht wie der PID-Regler auf der Kompensation einer Polstelle der Strecke. Aus diesem Grund weist der PL-Regler auch deutlich höhere Stabilität bei Parameterabweichungen auf.

## 9 Verhalten im Vergleich zum PID-Regler

Versuche haben gezeigt, dass das Verhalten der magnetgelagerten Welle mit PL-Regler im Ruhezustand als genauso stabil wie mit PID-Regler erweist. Im Führungsverhalten erzielt der PL-Regler durch seine integrierte Wunschdynamik eine sehr gute Sprungantwort. Beim PID-Regler ist dies nur unter Verwendung einer zusätzlichen Führungsfunktion (Führungsgrößenfilter) möglich. Auch im Störverhalten waren eine kürzere Anregelzeit des PL-Reglers und damit eine geringere Auslenkung zu verzeichnen. Auch bei Variation der Abtastzeit schneidet der PL-Regler besser ab. Während der PID-Regler bei immer langsamer werdenden Abtastzeiten allmählich an Regelgenauigkeit verliert, so bleibt dieser konstant stabil.



**Bild 8:** Vergleich des Störverhaltens

## 10 Fazit

Das Prinzip der Lokalisation ist sehr einfach im Vergleich zu anderen neuartigen digitalen Reglern in die IIR-Filterstruktur umzusetzen. Voraussetzung ist allerdings, dass die Hardware entsprechend leistungsfähig ist. Ansonsten kann der PL-Regler sich gegenüber dem PID-Regler besonders durch seine hohe Robustheit bei Regelstrecken-Parameterabweichungen, was gerade bei schwer zu bestimmenden Magnetlagerstrecken der Fall ist, hervorheben.

## **Literatur:**

- [1] Unbehauen, Heinz: Regelungstechnik I: Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme, 10.Auflage, Vieweg Verlag
- [2] Unbehauen, Heinz: Regelungstechnik II: Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme, 8.Auflage, Vieweg Verlag
- [3] Zacharias, Lutz: Vorlesungsskript „Zeitdiskrete Systeme“; Zwickau: Westsächsische Hochschule Zwickau (FH), Fakultät Elektrotechnik
- [4] Kenk, Christian: Reglerstrukturen für aktive Magnetlager, Stralsund, Fachhochschule Stralsund, Diplomarbeit, 2004
- [5] Lehmann, Ringo: Regelung magnetischer Lager; Zwickau, Westsächsischen Hochschule Zwickau (FH), Fachbereich Elektrotechnik, Diplomarbeit, 2008
- [6] Nickel, André: Regelung magnetischer Lager nach dem Prinzip der Lokalisation; Zwickau, Westsächsischen Hochschule Zwickau (FH), Fachbereich Elektrotechnik, Diplomarbeit, 2013