

# Theoretische und praktische Betrachtungen zur Schwingungsdämpfung in permanentmagnetisch gelagerten Systemen

Dipl.-Ing.(FH) Johannes Rudolph, Prof. Dr. sc. techn. Dr. h.c. Peter-Klaus Budig, Prof. Dr.-Ing. Ralf Werner  
Professur Elektrische Energiewandlungssysteme und Antriebe  
Technische Universität Chemnitz  
Chemnitz, Deutschland 09107  
Email: johannes.rudolph@etit.tu-chemnitz.de  
Email: ralf.werner@hrz.tu-chemnitz.de

**Zusammenfassung**—Die Speicherung von kinetischer Energie durch Schwungradsysteme ist lange bekannt und hat sich in einer Vielzahl von Anwendungsfällen bewährt. Zur Steigerung der Effizienz eines solchen Systems ist es notwendig, auftretende Verluste zu minimieren. Zur Verbesserung des Wirkungsgrads eines Schwungradenergiespeichers können permanentmagnetische Lager eingesetzt werden. Diese arbeiten nahezu reibungsfrei und damit verlustarm. Technisch gesehen stellt solch ein Lager ein schwingfähiges Feder-Masse-System dar. Dies macht zusätzliche Maßnahmen zur Dämpfung notwendig. In dem vorliegenden Beitrag werden zunächst Möglichkeiten der Dämpfung rotierender permanentmagnetisch gelagerter Wellen vorgestellt und diskutiert. Aufgrund der getroffenen Aussagen wird ein permanentmagnetischer Dämpfungsmechanismus theoretisch sowie praktisch untersucht. Durch Magnete, die sich radial mit der Welle bewegen, wird in einer mit dem Gehäuse verbundenen Dämpfungsscheibe eine Spannung induziert. Durch sie werden in Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit entsprechende Wirbelströme hervorgerufen. Diese wiederum verursachen magnetische Felder, welche ihrer Ursache, der Schwingung, entgegen wirken. Die daraus resultierende Dämpfung kann durch die Betrachtung der magnetischen Kräfte oder aber den Energieerhaltungssatz beschrieben werden. Um eine bessere Wirkung zu erzielen, wurden Magnete in alternierender Polarisierung angeordnet. Dadurch wurde die Änderung der Durchflutung der Dämpfungsscheibe pro Periode erhöht. Mit Hilfe eines Fall-Testes wird die Abhängigkeit der Dämpfungswirkung von der Anzahl der Magnetpole dargestellt. Für die Ausprägung nennenswerter Wirbelströme ist die Beschaffenheit der Scheibe von entscheidender Bedeutung. Sie muss möglichst gut elektrisch leitend sein und darf dabei keine ferromagnetischen Eigenschaften besitzen. Mit Hilfe eines Versuchslagers wurden die Zusammenhänge von Dicke und Material der Scheibe sowie der Abklingzeit einer angeregten Schwingung untersucht.

## I. EINFÜHRUNG

Magnetisch gelagerte Wellen ermöglichen eine berührungslose und praktisch reibungs- sowie verschleißfreie Lagerung. Im Vergleich zu herkömmlichen Lagern, wie Kugel- und Wälzlager, sind Aufwand und Kosten für die Wartung eines Magnetlagers deutlich geringer. Dies ist vor allem beim Einsatz in extremen Umgebungsbedingungen wie im Vakuum, in Reinräumen oder unter Strahlenbelastung von Vorteil [3].

Um eine Welle magnetisch zu lagern sind verschiede-

ne Wirkprinzipien bekannt. Neben dem elektrodynamischen und dem, in [6] beschriebenen, auf Supraleitern basierenden Magnetlagern sind vor allem die aktiven und passiven Magnetlager von Bedeutung. Beim aktiven Magnetlager werden alle notwendigen Freiheitsgrade mit Hilfe elektromagnetischer Kräfte, hervorgerufen von stromdurchflossenen Spulen, gebunden. Aufgrund der systemimmanenten Instabilität eines aktiven Magnetlagers besteht die Notwendigkeit der permanenten Detektierung der Wellenposition, um so mit Hilfe einer Regeleinrichtung, durch Einprägen eines entsprechenden Stroms, die notwendigen Kräfte aufzubringen. Werden die Lagerkräfte durch Dauermagnete aufgebracht, spricht man von permanentmagnetischen bzw. von passiven Magnetlagern.

Zur Anwendung kommen passive Lager zum Beispiel in Form von Schwungradenergiespeichern [1],[6]. Die gespeicherte kinetische Energie kann entweder direkt oder in Form von elektrischer Energie an das System zurückgegeben werden. Da passive Lager ebenfalls nicht in allen Achsen stabil sind, ist es zwingend erforderlich, mindestens einen Freiheitsgrad aktiv zu binden. Im Falle einer horizontal im Raum ausgerichteten Welle bietet sich die Ausführung in Form von zwei permanentmagnetischen radialen Traglagern und einem stabilisierenden aktiven Axiallager an. Ein Hauptmerkmal aktiver und passiver Magnetlager ist die Lagersteifigkeit. Diese kann beim aktiven Magnetlager in Grenzen durch Änderung der Reglerparameter an die jeweiligen Anforderungen angepasst werden. Passive Magnetlager erlauben dies nicht. Hier ist die Lagersteifigkeit von den konstruktiven Gegebenheiten z.B. Magnetmaterial, Luftspalt, Polfläche sowie Anzahl der Magnetpole, vorgegeben. Ein solches System stellt einen Feder-Masse-Schwinger dar, wobei die Lagersteifigkeit als Federkonstante angesehen werden kann. Dies macht in vielen Fällen einen zusätzlichen Dämpfungsmechanismus notwendig, da permanentmagnetisch gelagerte Systeme prinzipiell verhältnismäßig schwach gedämpft sind.

Um die Schwingung einer derart gelagerten Welle, besonders bei Rotation mit Drehzahlen im Bereich der Eigenfrequenz, zu dämpfen ist es notwendig, dem System kinetische Energie zu entziehen. Dies kann durch elastisch mit dem Ge-

häuse verbundenen Radiallagermagnetringe realisiert werden. Die Schwingungsenergie wird so mit Hilfe dämpfender Materialien zwischen den Magneten und dem Gehäuse in Reibungswärme umgewandelt. Die Materialermüdung der elastischen Magnetaufnehmer stellt jedoch einen Nachteil dar, da so der Vorteil der langen Standzeiten eines Magnetlagers verloren geht. Technisch relevanter ist hingegen die seit den Anfängen der Magnetlagertechnik bekannte Wirbelstromdämpfung [1]. Diese kann aktiv oder passiv erfolgen. Da eine aktive Schwingungsdämpfung zusätzliche elektrotechnische Komponenten wie Regler und Leistungsteil benötigen und damit der äußerst verlustarmen Lagerung von permanentmagnetischen Lagern abträglich wäre, werden im Weiteren nur passive wirbelstrombasierte Dämpfungsmechanismen diskutiert.

## II. PASSIVE WIRBELSTROMDÄMPFUNG

Das Prinzip der Wirbelstromdämpfung beruht auf der Umwandlung von kinetischer Energie in elektrische Verluste. Dies geschieht mit Hilfe von Magnetringen, welche auf der Welle befestigt sind. Das von ihnen hervorgerufene Magnetfeld durchsetzt eine fest mit dem Stator verbundene, elektrisch leitende, aber nicht magnetisierbare Scheibe. Zur Gewährleistung der Funktionalität ist mindestens ein Magnetring notwendig. Durch die Erhöhung der Anzahl lässt sich die Dämpfungswirkung jedoch erheblich steigern. Der Grund für die Wahl von Ringmagneten wird bei genauerer Betrachtung der Wirbelstromdämpfung im Detail ersichtlich. Entscheidend für die Ausprägung eines Wirbelstromes ist nach dem Induktionsgesetz die Änderung des Produkts aus der magnetischen Flussdichte und der durchflossenen Fläche pro Zeitintervall. Die einzig variable Größe hierbei ist die mit einem magnetischen Feld durchsetzte Fläche der Dämpfungsscheibe. Sie ist abhängig von der Auslenkung der Welle. Da bei einer Rotation der Welle die magnetisch durchsetzte Fläche der Dämpfungsscheibe eine Projektion der Polfläche der axial magnetisierten Magnetringe darstellt, kommt es zu keiner zeitlich variablen Durchflutung. Die Rotation der Welle bleibt somit unbeeinflusst. Eine weitere Besonderheit der passiven Wirbelstromdämpfung ist die Notwendigkeit der Montage des Magnetrings auf der Welle. Wäre hingegen die Dämpfungsscheibe rotierend befestigt, hätte dies wie in Abbildung 1 verdeutlicht, auf Grund des nicht zu vermeidenden der Schwerkraft geschuldeten, Durchhangs der Welle, eine zeitlich veränderliche Durchflutung der Scheibe zur Folge.

Diese würde nach dem Induktionsgesetz Wirbelströme hervorrufen, welche der Rotation in unerwünschter Weise entgegen wirken. Durch leicht realisierbare konstruktive Maßnahmen lässt sich die Amplitude der zeitlich veränderlichen magnetischen Durchflutung erhöhen. Dazu wird dem bereits genannten Magnetring ein weiterer konzentrisch in attraktiver Ausrichtung gegenüber gesetzt, so dass die Dämpfungsscheibe sich im Magnetfeld zwischen ihnen befindet. Durch diese Maßnahme wird die magnetische Flussdichte in diesem Bereich erhöht und nahezu homogen. Auf Grund der angestellten Betrachtungen ist ein Dämpfungsmechanismus, wie er auch

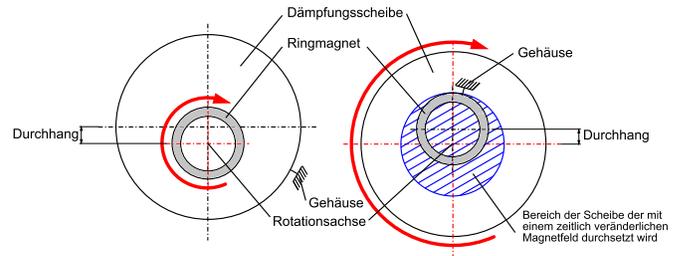


Abbildung 1. Darstellung der Unterschiede zwischen mit dem Stator verbundener (links) und auf der Welle befestigter Dämpfungsscheibe (rechts). Bei der rotierenden Scheibe kommt es durch den für permanentmagnetische Lager typischen Durchhang während der Rotation zu einer temporär veränderlichen Durchflutung.

in [1] beschrieben wird, untersucht worden. Die folgende Abbildung 2 zeigt dessen schematischen Aufbau.

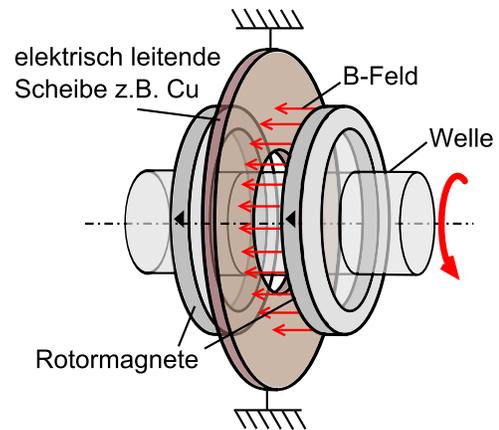


Abbildung 2. Schematischer Aufbau eines permanentmagnetischen Schwingungsdämpfers. Die Dreiecke deuten die Magnetisierung der Rotormagnetringe an.

## III. GRUNDLAGEN UND THEORIE

Wie bereits im vorhergehenden Kapitel beschrieben, funktionieren Wirbelstromdämpfer genau wie Wirbelstrombremsen durch Wirbelströme. Diese bilden ein Magnetfeld aus, das seiner Ursache, in diesem Fall der Bewegung der Rotormagnete, also der Schwingung, entgegen wirkt. Nach dem Induktionsgesetz wird durch einen, zeitlich veränderlichen magnetischen Fluss zunächst eine Spannung in der elektrisch leitfähigen Scheibe induziert. Es gilt:

$$U_{\text{ind}}(t) = - \frac{d}{dt} \cdot \Phi \quad (1)$$

Setzt man voraus, dass die magnetische Flussdichte zwischen den Rotormagneten konstant ist, ergibt sich:

$$U_{\text{ind}}(t) = - \frac{d}{dt} \cdot A \cdot B \quad (2)$$

Die induzierte Spannung ist also nur von der Änderung der vom Magnetfeld durchsetzten Fläche pro Zeitintervall abhängig.

Bei genauerer Betrachtung ergeben sich vier Flächen. Zum einen die sichelförmigen Flächen, die in der momentanen Bewegungsrichtung vor den Magnetkanten außen und innen liegen sowie die dahinter. Die Summe der vier Flächen ist zu jedem Zeitpunkt gleich groß. Nur ihre Änderungen haben zum Zeitpunkt der Betrachtung entgegengesetzte Vorzeichen. Dabei haben zwei Flächen auf Grund der Bewegungsrichtung und ihrer Lage z.B. innen oben und unten außen jeweils das gleiche Vorzeichen. Aufgrund dessen lassen sie sich zusammen fassen und können als eine Fläche betrachtet werden. Die verursachten Wirbelstromverluste sind vom Betrag her jedoch gleich groß, so dass sie im Hinblick auf die Gesamtverluste addiert werden können. Ausgehend von einer sinusförmigen Schwingung bei der die Welle und mit ihr die Magnetringe zum Zeitpunkt  $t=0$  maximal ausgelenkt sind ergeben sich folgende Ausdrücke. Für die in Bewegungsrichtung vor den Magnetkanten liegenden Flächen:

$$U_{1\text{ind}}(t) = -\frac{d}{dt} \cdot \left( -\cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\hat{A}}{2} \cdot B + \frac{\hat{A}}{2} \cdot B \right) \quad (3)$$

$$U_{1\text{ind}} = -\frac{\hat{A}}{2} \cdot B \cdot \omega \quad (4)$$

sowie für die in Bewegungsrichtung hinter den Magnetkanten liegenden Flächen:

$$U_{2\text{ind}}(t) = -\frac{d}{dt} \cdot \left( \cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\hat{A}}{2} \cdot B + \frac{\hat{A}}{2} \cdot B \right) \quad (5)$$

$$U_{2\text{ind}} = \frac{\hat{A}}{2} \cdot B \cdot \omega \quad (6)$$

Zur Abschätzung der Wirbelströme sind die entstehenden sichelförmigen Flächen, dargestellt in Abbildung 3, jedoch ungeeignet, so dass äquivalente Rechteckflächen betrachtet werden sollen. Die Berechnung sei am Beispiel der äußeren oberen Sichelfläche beschrieben.

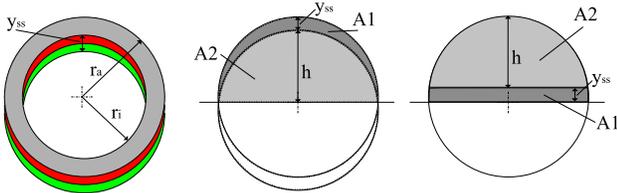


Abbildung 3. links: Veränderliche Flächen, die in der Scheibe Wirbelströme verursachen. Die positive Amplitude ist rot dargestellt und die negative Amplitude grün. Mitte und rechts: Überführung der sichelförmigen Fläche in eine Rechteckfläche am Beispiel des äußeren Bereichs.

Geometrisch gesehen entsteht eine solche Fläche durch die Verschiebung zweier gleichgroßer Kreise um den Spitze-Spitze-Wert der Schwingung  $y_{ss}$ . Sie ist die Differenz aus einem entsprechenden Halbkreis und einem Kreissegment mit der Höhe  $h = r - y_{ss}$ .

$$A1 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} - A2 \quad (7)$$

$$A2 = r^2 \cdot \arccos\left(1 - \frac{h}{r}\right) - \sqrt{2 \cdot r \cdot h - h^2} \cdot (r - h) \quad (8)$$

Verschiebt man die Fläche  $A2$  bis an den oberen Rand des Halbkreises ist die darunter entstehende Fläche genauso groß wie  $A1$ . Geht man nun von kleinen Werten für  $y_{ss}$  aus, kann die entstehende Fläche als nahezu rechteckförmig betrachtet werden. Sie wird näherungsweise durch den folgenden mathematischen Ausdruck beschrieben.

$$A1 = 2 \cdot r \cdot y_{ss} \quad (9)$$

Analog dazu wird die Rechteckfläche an der entsprechenden Innenkante gebildet. Beide Flächen lassen sich in folgendem Ausdruck zusammenfassen.

$$\hat{A} = (r_a + r_i) \cdot 2 \cdot y_{ss} \quad (10)$$

Ausgehend davon lassen sich nun die entstehenden Wirbelströme abschätzen. Es wird ein Strompfad und eine gleichmäßig verteilte Stromdichte wie in Abbildung 4 angenommen.

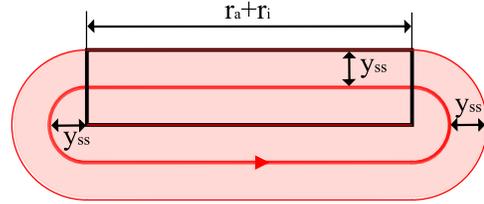


Abbildung 4. Stark vereinfachter Strompfad

Anhand dieser Vereinfachungen lässt sich nun in Abhängigkeit des Scheibenmaterials der elektrische Widerstand entlang des Strompfades bestimmen. Der Querschnitt geht aus dem Spitze-Spitze-Wert der Schwingung  $y_{ss}$  und der Materialstärke hervor. Die genaue Verteilung der Wirbelströme kann anhand numerischer Simulationen ermittelt werden. Da die Beträge der Spannungen und der Verteilungen der Stromdichte Symmetrie bedingt gleich groß sind, gilt:

$$P_{\text{el}} = \frac{U_{1\text{ind}}^2}{R} + \frac{U_{2\text{ind}}^2}{R} \quad (11)$$

$$P_{\text{el}} = \frac{\hat{A}^2 \cdot B^2 \cdot \omega^2}{2 \cdot R} \quad (12)$$

### Ermitteln der Zeitkonstante

Die Schwingung ist vollständig abgeklungen, wenn die zum Zeitpunkt  $t=0$  vorhandene potentielle Energie vollständig in elektrische Energie umgewandelt wurde. Zum Zeitpunkt  $t=\tau$  gilt:

$$E_{\text{el}} = \left(1 - \frac{1}{e}\right) \cdot E_{\text{pot}} \quad (13)$$

Die elektrische Energie ist die Summe der elektrischen Verluste, die bis zum Zeitpunkt  $t$  umgesetzt worden sind.

$$P_{\text{el}} \cdot t = \left(1 - \frac{1}{e}\right) \cdot \hat{y} \cdot \left(\frac{k}{2} \cdot \hat{y} + m \cdot g\right) \quad (14)$$

Setzt man 12 in 14 ein und definiert  $t=\tau$  dann gilt:

$$\tau = \frac{2 \cdot R \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right) \cdot \hat{y} \cdot \left(\frac{k}{2} \cdot \hat{y} + m \cdot g\right)}{\hat{A}^2 \cdot B^2 \cdot \omega^2} \quad (15)$$

Für eine aufrecht stehende Welle entfällt der rechte Summand. Die Konstante  $k$  ist eine systemimmanente Größe und stellt die radiale Lagersteifigkeit des permanentmagnetischen Lagers in N/m dar.

### Aufstellen der Bewegungsgleichung

Zur Ermittlung der Schwingfrequenz des frei schwingenden gedämpften Systems und dessen Abklingkonstante wird die Bewegungsgleichung ausgehend von dem in Abbildung 5 dargestellten Modell aufgestellt. Dabei wird nur eine Lagerstelle mit dem dazugehörigen Dämpfungsmechanismus betrachtet.

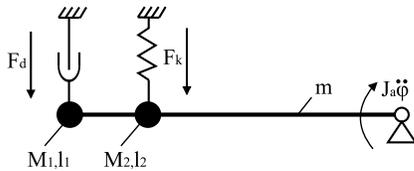


Abbildung 5. Modell einer radialen Lagerstelle mit Dämpfungsmechanismus

$$0 = \ddot{\varphi} + \frac{F_d \cdot l_1}{J_A} \cdot \dot{\varphi} + \frac{F_k \cdot l_2}{J_A} \cdot \varphi \quad (16)$$

mit

$$\omega_0^2 = \frac{F_k \cdot l_2}{J_A} \quad ; \quad 2 \cdot \delta = \frac{F_d \cdot l_1}{J_A} = \frac{2}{\tau} \quad (17)$$

Die Schwingfrequenz des gedämpften Systems  $\omega_d$  kann nun wie folgt ermittelt werden. Der Dämpfungsgrad wird mit  $D$  bezeichnet.

$$\omega_d = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - D^2} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{\omega_0}\right)^2} \quad (18)$$

Die gedämpfte freie Schwingung einer radialen Lagerstelle lässt sich nun durch folgenden Term beschreiben.

$$y(t) = \hat{y} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos(\omega_d \cdot t) \quad (19)$$

### Multiringdämpfer

Um die Dämpfungseigenschaften eines solchen Systems zu verbessern sind mehrere Varianten denkbar. Dies wird durch den mathematischen Ausdruck (15) deutlich. Eine Möglichkeit ist die Erhöhung der Durchflutung in der Dämpfungsscheibe durch die Wahl von Magneten mit einem höheren Energieprodukt. Auf Grund der derzeit verfügbaren Magnete besteht allerdings nur ein geringes Potential zu Steigerung der Flussdichte im Luftspalt

und damit der Durchflutung in der Scheibe. Weiterhin trägt die Verkleinerung des Abstand zwischen den sich gegenüber liegenden Magnetringen zu einer Vergrößerung der Flussdichte bei. Allerdings zieht dies eine Verringerung der Materialstärke der Scheibe nach sich, was sich wiederum negativ auf die Leitfähigkeit der Scheibe auswirkt, so dass es ein Optimum zwischen maximaler Scheibendicke und minimalem Luftspalt geben muss. Hier ergeben sich demnach nur geringe bis mittlere Verbesserungsmöglichkeiten. Die Leitfähigkeit der Scheibe wird durch das ausgewählte Material bestimmt. Kupfer hat jedoch schon sehr gute Eigenschaften diesbezüglich. Nur teures Silber oder die Verwendung von Supraleitern würden die Dämpfungseigenschaften erhöhen. Besonders die Verwendung von Supraleitern, die eine aktive Kühlung benötigen, senkt die Kosteneffizienz einer permanentmagnetisch gelagerten Welle erheblich und scheidet daher als Möglichkeit einer Verbesserung der Dämpfung aus. Die Vergrößerung der durchfluteten Fläche ist jedoch verhältnismäßig einfach realisierbar. Dies kann durch einen größeren Ringdurchmesser erfolgen. Dies führt allerdings zu höheren Umfangsgeschwindigkeiten und damit zu einer erhöhten Materialbelastung der Magnetringe durch auftretende Fliehkräfte. Dem kann durch eine Bandagierung der Magnetringe entgegen gewirkt werden. Eine deutlich effektivere Dämpfung lässt sich durch die Erhöhung der Anzahl der Magnetringe erreichen. Diese können modular in axialer Richtung gestapelt sein, wobei  $n_{\text{Ringe}} - 1$  Dämpfungsscheiben benötigt werden. Als Vorteil ist hier die modulare Bauweise zu nennen. Nachteilig wirken sich jedoch der größere Bauraum und die, aus rotordynamischer Sicht ungünstige, Verlängerung der rotierenden Welle aus. Ebenso ist eine radiale Stapelung wie in Abbildung 6 dargestellt denkbar. Dabei sind mindestens zwei axial magnetisierte Ringe so in einander gesteckt, dass bei Betrachtung der Polflächen von Innen nach Außen eine alternierende Polarisierung auftritt. Durch eine derartige Anordnung der Dämpfungsmagnete vergrößert sich mit zunehmender Anzahl der Durchmesser, so dass den damit größer werdenden Fliehkräften durch geeignete Maßnahmen, wie der schon erwähnten Bandagierung, entgegengewirkt werden muss. Von entscheidendem Vorteil ist, dass kein bzw. nur wenig zusätzlicher Bauraum benötigt wird und eine axiale Verlängerung der Welle nicht mehr erforderlich ist.

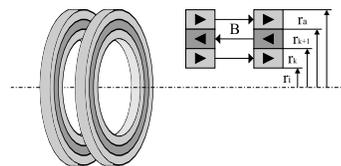


Abbildung 6. Schematische Darstellung der radial gestapelten Dämpfungsmagnete. Die Pfeile deuten die Ausrichtung des Magnetfeldes an. Die Welle, auf der die Magnete befestigt sind, und die Dämpfungsscheibe im Luftspalt sind nicht dargestellt.

Bei einem Multiringdämpfersystem treten an den Grenzen zwischen zwei ineinander gesteckten Ringen zusätzliche Wir-

belstromverluste auf. Zum Zeitpunkt  $t=0$  wird wieder von einer voll ausgelenkten Welle ausgegangen, so dass es auf Grund der alternierenden Polarisation der Magnetringe während einer Periodendauer zweimal zu einem Vorzeichenwechsel der magnetischen Durchflutung kommt. Die Amplitude der zeitlich veränderlichen Durchflutung ist, wie in Abbildung 7 verdeutlicht, bezogen auf den Radius, demnach doppelt so groß wie die an den Außenkanten. Mit jedem zusätzlichen Ring ergeben sich zwei gleich große Grenzflächen mit dem zugehörigen Radius  $r_k$ . Die Momentanwerte der Durchflutung in beiden Bereichen sind analog zu den Außenkanten gleich groß und unterscheiden sich in ihrem Vorzeichen.

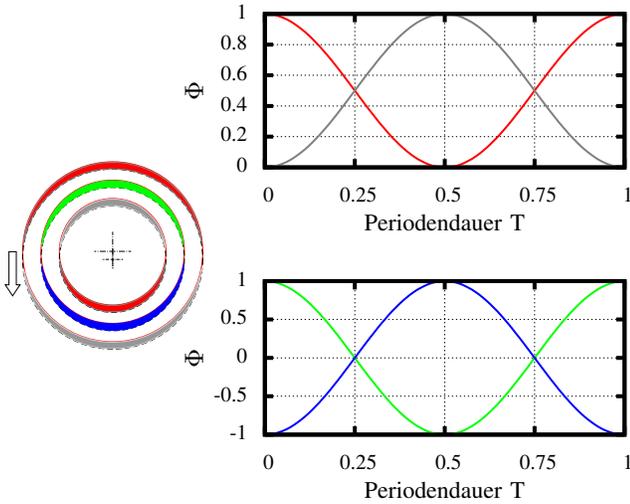


Abbildung 7. Zeitlicher Verlauf der Durchflutung während einer Periode an den äußeren Kanten (Diagramm oben) und an den Grenzflächen zwischen den Magnetringen (Diagramm unten). Die entsprechenden Kurven sind farbig gekennzeichnet.

Die Flächen der Grenzbereiche lassen sich analog zu denen der Außenkanten näherungsweise wie folgt bestimmen.

$$\hat{A} \approx 2 \cdot r_k \cdot y_{ss} \quad (20)$$

Es wird deutlich, dass die Änderung der Durchflutung im Bereich der Grenzflächen während einer Schwingungsperiode, im Vergleich mit den Außenkanten, doppelt so groß ausfällt. Aufgrund der quadratischen Abhängigkeit der induzierten Spannung vervierfacht sich die elektrische Verlustleistung. Durch die kleinere Fläche wird dieser Effekt in Bezug auf die Dämpfung jedoch etwas verringert, so dass die Dämpfungswirkung im Vergleich mit der Doppelringanordnung zwar deutlich höher ausfällt aber nicht den vierfachen Wert annimmt. Für die induzierten Spannungen an den Grenzflächen gilt:

$$U_{1\text{ind}}(t) = -\frac{d}{dt} \cdot \left( -\cos(\omega \cdot t) \cdot \hat{A} \cdot B \right) \quad (21)$$

$$U_{1\text{ind}} = -\hat{A} \cdot B \cdot \omega \quad (22)$$

für die in Bewegungsrichtung vordere und

$$U_{2\text{ind}}(t) = -\frac{d}{dt} \cdot \left( \cos(\omega \cdot t) \cdot \hat{A} \cdot B \right) \quad (23)$$

$$U_{2\text{ind}} = \hat{A} \cdot B \cdot \omega \quad (24)$$

für die in Bewegungsrichtung hintere Grenzfläche.

Auch hier gilt auf Grund der vorherrschenden Symmetrie, dass die Beträge beider Spannungen und der Stromdichteverteilungen gleich groß sind, so dass sich die gesamte in der Dämpfungsscheibe umgesetzte elektrische Verlustleistung wie folgt zusammen setzt.

$$P_{\text{elg}} = P_{\text{außen}} + P_{\text{grenz}} \quad (25)$$

Erweitert man nun die Energiebetrachtung des einfachen Doppelringdämpfers kann die Zeitkonstante  $\tau$  des Multiringdämpfers näherungsweise wie folgt bestimmt werden.

$$\tau = \frac{\left(1 - \frac{1}{e}\right) \cdot \hat{y} \cdot \left(\frac{k}{2} \cdot \hat{y} + m \cdot g\right) \cdot 2 \cdot R_{\text{grenz}} \cdot R_{\text{außen}}}{B^2 \cdot \omega^2 \cdot \left(R_{\text{grenz}} \cdot \hat{A}_{\text{außen}}^2 + 4 \cdot R_{\text{außen}} \cdot \hat{A}_{\text{grenz}}^2\right)} \quad (26)$$

Ausgehend von dieser Betrachtung kann das Multiringdämpfersystem, in konstruktiven Grenzen, beliebig erweitert werden. Die gesamte elektrische Verlustleistung des Dämpfers mit  $2+k$  Ringen lässt sich wie folgt bestimmen:

$$P_{\text{elg}} = P_{\text{außen}} + \sum_{k=1}^n P_{\text{grenz}(k)} \quad (27)$$

#### IV. PRAKTISCHE UNTERSUCHUNGEN

Um die theoretischen Betrachtungen zu permanentmagnetischen Wirbelstromdämpfern zu überprüfen, sind praktische Versuche durchgeführt worden. Untersucht wurden die Auswirkungen der Beschaffenheit der Dämpfungsscheibe auf die Abklingkonstante einer einmalig angeregten Schwingung sowie die Abhängigkeit des Dämpfungsgrads von der Polzahl der Dämpfungsmagnete.

#### Versuche mit unterschiedlichen Dämpfungsscheiben

Der Versuchsaufbau beinhaltet eine passive radiale Lagerstelle, auf deren Seite der Testdämpfer sitzt, und gegenüberliegend ein Kardangeln, welches die zweite radiale Lagerstelle bildet sowie die axiale Stabilität gewährleistet. Die Welle wurde bis zum mechanischen Anschlag ausgelenkt. Nach dem schlagartigen Lösen der Auslenkung bildete sich eine Schwingung in vertikaler Richtung aus. Dies wurde mit Hilfe eines Wirbelstromsensors zur weiteren Bearbeitung aufgezeichnet. Der schematische Versuchsaufbau und eine Skizze der Lageranordnung sind in den Abbildungen 8 und 9 dargestellt.

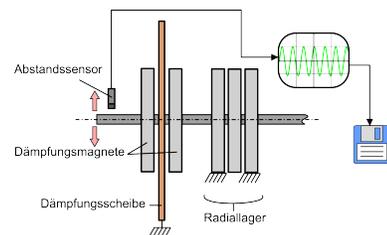


Abbildung 8. Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

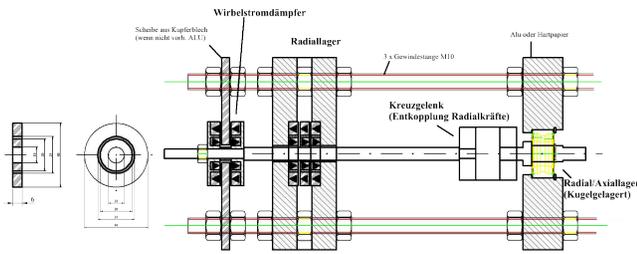


Abbildung 9. Skizze des permanentmagnetischen Testlagers.

Um ein konstantes magnetisches Feld zwischen den Dämpfungsmagneten zu gewährleisten und somit reproduzierbare Ergebnisse zu erhalten, wurde der axiale Abstand zwischen ihnen nicht variiert. Die Verkleinerung des Luftspalts zwischen den Magneten und die einhergehende Vergrößerung der magnetischen Feldstärke bei geringeren Materialstärken konnte daher nicht berücksichtigt werden. In der folgenden Tabelle I sind die untersuchten Materialstärken von Kupfer- und Aluminiumscheiben sowie die entsprechenden Zeitkonstanten im Vergleich zu einer Schwingung ohne Dämpfungsscheibe tabellarisch zusammengefasst.

Tabelle I  
VERWENDETES MATERIAL **I**: KUPFER, **II**: ALUMINIUM, **III**: OHNE SCHEIBE

	Scheibenstärke	Abklingkonstante $\tau$
I	1,4 mm	0,057s
I	0,5 mm	0,1085s
I	0,05 mm	0,15s
I	0,035 mm	0,165s
II	2,0 mm	0,048s
II	0,7 mm	0,13s
III		0,397s

Die Wirkung der Dämpfungsscheibe wird bei der Betrachtung der Abklingkonstanten deutlich. Selbst eine Kupferscheibe von nur 0,035mm Stärke auf Leiterkartenmaterial befestigt, bewirkt eine Verkleinerung von  $\tau$  um deutlich mehr als die Hälfte der Abklingzeit einer Schwingung, bei der keine Dämpfungsscheibe montiert war. Mit einer um 30% schmalere Kupferscheibe (1,4mm) lässt sich  $\tau$  auf über 80% des Wertes der 2,0mm Aluminiumscheibe verkleinern. Bei Betrachtung des Testlagers ohne zusätzliche Dämpfungseinrichtung wird deutlich, wie stark die Schwingfähigkeit von permanentmagnetischen Lagern ausgeprägt ist. Durch praktische Versuche konnten die in den Vorbetrachtungen hinsichtlich der schwachen Dämpfung eines permanentmagnetischen Lagers gemachten Aussagen bestätigt werden. Es wurde deutlich, wie sehr sich die Materialstärke und die elektrische Leitfähigkeit der Dämpfungsscheibe auf die Dämpfung eines permanentmagnetischen Lagers auswirken. Die folgenden Abbildungen 10 und 11 zeigen die gedämpfte Schwingung bei ausgewählten Materialstärken beider Materialien. Die Hüllkurven aller im Verlauf der Versuchsdurchführung gemessenen Schwingungen sind in Abbildung 12 dargestellt.

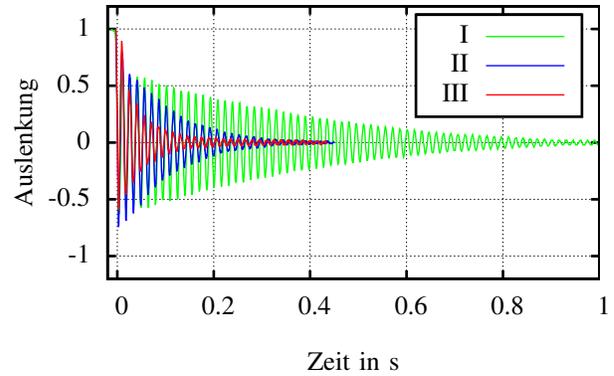


Abbildung 10. Aufgenommene Schwingungsverläufe normiert und gefiltert für Versuchsanordnungen **I**: ohne Dämpfungsscheibe, **II**: mit 0,5mm Kupferscheibe, **III**: mit 1,4mm Kupferscheibe.

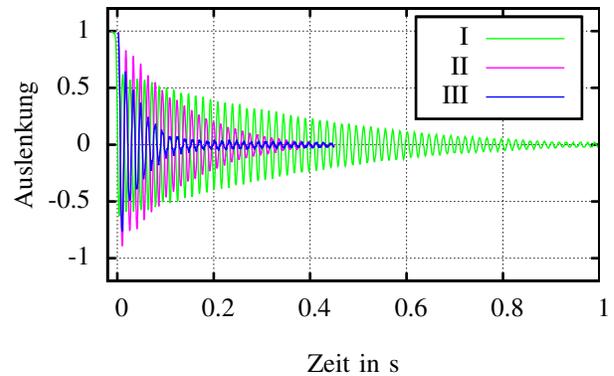


Abbildung 11. Aufgenommene Schwingungsverläufe normiert und gefiltert für Versuchsanordnungen **I**: ohne Dämpfungsscheibe, **II**: mit 0,7mm Aluminiumscheibe, **III**: mit 2,0mm Aluminiumscheibe.

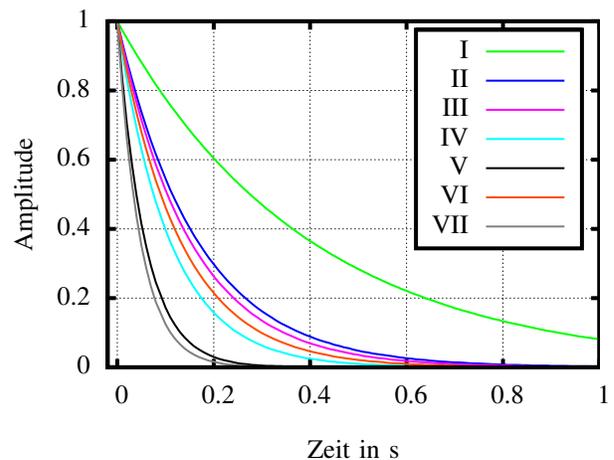


Abbildung 12. Hüllkurven der aufgenommenen Schwingungsverläufe normiert und gefiltert für Versuchsanordnungen **I**: ohne Dämpfungsscheibe, **II**: mit 0,035mm Kupferscheibe, **III**: mit 0,05mm Kupferscheibe, **IV**: mit 0,5mm Kupferscheibe, **V**: mit 1,4mm Kupferscheibe, **VI**: mit 0,7mm Aluminiumscheibe und **VII**: mit 2,0mm Aluminiumscheibe.

## Abhängigkeit der Dämpfung von der Polzahl

Um die zu Multiringdämpfern getroffenen Aussagen über die Abhängigkeit des Dämpfungsgrads von der Anzahl der ineinander gesteckten Magnetringe zu überprüfen, wurden Versuche durchgeführt bei denen ein Stück Aluminiumblech definiert in einem Schacht fallen gelassen wurde. Es musste dabei ein, durch seitlich angebrachte Magnetpaare aufgespanntes, Magnetfeld passieren. Dieses konnte durch Ergänzen zusätzlicher alternierend gepolter Magnetpaare variiert werden. Die Fallzeit wurde mit Hilfe von Lichtschranken, wie in Abbildung 13 dargestellt, ermittelt.

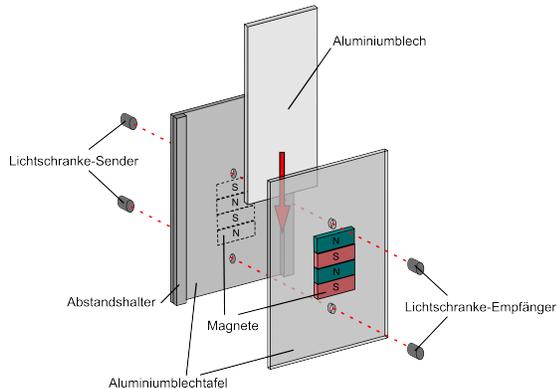


Abbildung 13. Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

Das Blech wurde dabei aus einer festgelegten Höhe fallen gelassen, so dass es beim Passieren der Lichtschranke in Fallrichtung vor dem Magnetfeld immer die selbe Geschwindigkeit besaß. Basierend auf dem Verhältnis der gemessenen Zeiten, die das Blech benötigte, um das Magnetfeld zu passieren und der Zeit, die der freie ungedämpfte Fall beanspruchte, lassen sich die theoretischen Überlegungen überprüfen. Neben dem freien Fall kamen ein bis sechs Magnetpaare zum Einsatz, die so angeordnet wurden, dass sie in horizontaler Richtung anziehend und in vertikaler Richtung alternierend gepolt waren. Um die Reproduzierbarkeit des Versuchs zu gewährleisten, wurden die Fallversuche jeweils mehrfach wiederholt und die gemessenen Zeiten gemittelt. Die gewonnenen Ergebnisse sind in Abbildung 14 zusammengefasst.

Die sich daraus ergebende Kennlinie steigt zunächst flach an und wird ab dem ersten Magnetringpaar deutlich steiler. Für den freien ungedämpften Fall wurden rund 100ms benötigt. Durch Anbringen eines Magnetpaares konnte die Fallzeit auf ca. 200ms verdoppelt werden. Die Zeit, die das Blech beim Fall durch das Magnetfeld von zwei Magnetpaaren benötigte, betrug ca. 600ms. Jedes weitere Magnetpaar erhöhte die Fallzeit um rund 400ms. Dies entspricht dem Vierfachen des Zeitunterschiedes zwischen der Dauer des freien Falls und der Fallzeit bei einem Magnetpaar. Dies stimmt mit den theoretischen Betrachtungen gut überein. Es fällt jedoch auf, dass der Anstieg nicht gleichbleibend ist. Die Kennlinie flacht mit jedem weiteren Magnetpaar etwas ab. Die Ursache hierfür liegt an der Größe der angebrachten Magnete. Mit Erhöhung

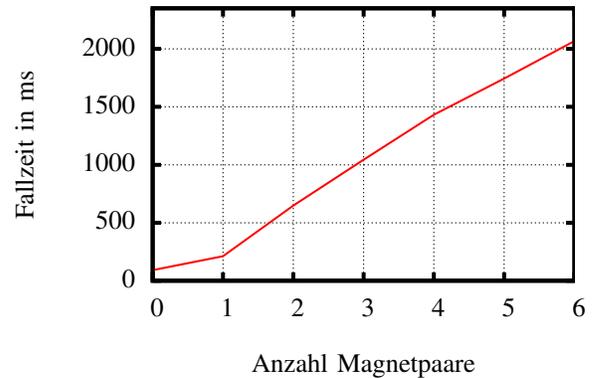


Abbildung 14. Gemessene Fallzeiten in Abhängigkeit der Polzahl.

der Polzahl wurde auch die Strecke größer, die das Blech im Magnetfeld zurücklegen musste. Da das Blech aber nur eine endliche Größe besitzt, ist ein immer größerer Teil seiner Flächen von einem Magnetfeld durchsetzt. Während sich Wirbelströme bei wenigen Magnetpaaren noch ungehindert ausbilden konnten ist dies bei steigender Polzahl durch die steigende Stromdichte immer weniger möglich. Dieser Effekt wirkt sich solange aus und sorgt für eine Abflachung der Kurve, bis während eines Versuches die Zeit die das Blech frei von Magnetfeldern ist sehr klein wird im Vergleich zu der in der es vollständig von ihnen durchsetzt ist. Dies kommt einer sehr großen Polzahl und einer im Vergleich zur Blechlänge sehr großen mit Magneten flankierten Strecke gleich.

## V. ZUSAMMENFASSUNG

Permanentmagnetisch gelagerte Systeme sind auf Grund ihrer physikalischen Eigenschaften schwingfähige schwach gedämpfte Systeme. Dies wirkt sich negativ auf ihr dynamisches Verhalten aus, so dass zusätzliche Dämpfungsmaßnahmen ergriffen werden müssen. Als praktikabel hat sich hierbei der permanentmagnetische Wirbelstromdämpfer erwiesen. Mit Hilfe der aufgeführten Verfahrensweisen zur Bestimmung der Abklingkonstante  $\tau$  lassen sich qualitative Aussagen hinsichtlich des Dämpfungsgrads treffen und sie können als Grundlage bei der Auslegung von permanentmagnetischen Wirbelstromdämpfern hilfreich sein.

## LITERATUR

- [1] Johann K. Fremerey *Permanentmagnetische Lager* Jülich, Deutschland, 2000.
- [2] J. Rudolph, *Vergleich von magnetischen Lagern und Untersuchungen zur Dämpfung magnetisch gelagerter Systeme*, Chemnitz/Mittweida, EAAT/Fachhochschule Mittweida, Deutschland, 2009.
- [3] G. Schweizer, A. Traxler und H. Bleuler, *Magnetlager* New York; London; Paris; Tokyo; Hong Kong; Barcelona; Budapest: Springer, 1993.
- [4] R. Werner, P.-K. Budig, *Ergebnisse bei der Anwendung magnetisch gelagerter Systeme*, Zittau/Kassel, Tagungsband 5. Workshop Magnetlagertechnik, Deutschland: Hochschule Zittau/Görlitz(FH), 2001.
- [5] H. Stelzer *Permanentmagnetische Lager - Möglichkeiten und Auslegungsgrenzen*, Düsseldorf, VDI-Berichte 1942, Deutschland: VDI-Verlag, 2006.
- [6] R. Koch *Schwung-Energiespeicher-System mit supraleitenden Magnetlagern*, Aachen, Dissertation, Bd.8 Berichte aus dem Institut für Elektrische Maschinen und Antriebe, Deutschland: Shaker Verlag, 2002.