

# Analyse eines unipolaren dreipoligen Radialmagnetlagers

W. Hofmann

Lehrstuhl Elektrische Maschinen und Antriebe, TU Chemnitz 09126 Chemnitz

Tel.: 0371 531 3323 Fax.: 0317 531 3324 e-mail: [wilfried.hofmann@e-technik.tu-chemnitz.de](mailto:wilfried.hofmann@e-technik.tu-chemnitz.de)

## 1. Einleitung

Aktive magnetische Radiallager werden bisher meist als heteropolare Lager mit drei oder vier Polpaaren aufgebaut. Die leichte Regelbarkeit in zwei mechanisch und magnetisch unabhängigen Lagerachsen ist von Vorteil, von Nachteil dagegen, dass zwei oder vier Verstärker notwendig sind und die hohe Zahl von Ummagnetisierungen die Lagerverluste erhöhen /1/. Der insgesamt große Aufwand an Eisen und Kupfer sowie die Verwendung spezieller Pulssteller zur Stromversorgung der Magnetwicklungen haben dazu geführt nach Lösungen zu suchen, die standardisierte Teile verwenden. Neuere Entwicklungen streben deshalb den Einsatz von Magnetlagern an, die mit herkömmlichen Dreiphasen-Wechselrichtern betrieben werden können /2/. Dort wird ein klassischer Motorblechschnitt verwendet. Die Wicklungen sind verteilt am Umfang in den Nuten untergebracht. Ein besonderes Wickelschema führt zu gewünschten mehrpoligen Anordnungen. Bei einer dreiphasigen Ausführung ist wieder ein Standardwechselrichter einsetzbar. Es werden verschiedene Wicklungsschemen diskutiert, die darauf abzielen getrennte Magnetflußpfade zu erzeugen. Dies bringt eine Verminderung der Kraftkopplungen zwischen den Achsen mit sich, führt aber andererseits zu einer reduzierten Ausnutzung der bestehenden Magnetkreise, weil bestimmte Rückschlußwege für den Fluss ungenutzt bleiben und die Rückenhöhe dann meist für den Gesamtfluß ausgelegt werden muß.

In /3/ wird dieser Nachteil beseitigt, indem ein dreipoliges Unipolarlager vorgeschlagen wird. Aus Gründen der starken Verkopplung wird das Radiallager durch einen zweiten Statorring ergänzt mit einer räumlichen Magnetpolverschiebung gleichsinnig erregter Magnetspulen um 180°. Die dort gezeigten experimentellen Ergebnisse weisen eine erhebliche Lagebeeinflussung zwischen der x- und y-Achse aufgrund der bestehenden Verkopplungen auf. Eine bereits in /4/ publizierte Arbeit weist auf die Schwierigkeiten der entstehenden Verkopplungen hin. Eine eingehende Analyse dieser Zusammenhänge scheint deshalb angebracht.

## 2. Magnetkraftberechnung

Die Kraft eines Magnetpols kann mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen aus der magnetischen Feldenergie bestimmt werden:

$$W_{mag} = \frac{1}{2} H B V = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} A s \quad (1)$$

Es wird zunächst angenommen, dass der magnetische Widerstand des Eisens gegen Null geht und somit die gesamte magnetische Energie im Luftspalt gespeichert wird. Wenn A die Querschnittsfläche eines Pols ist und s die Luftspaltbreite, so gilt dann:

$$F_{pol} = \frac{dW_{mag}}{ds} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} A \quad (2)$$

Die Induktion des jeweiligen Lagerpols richtet sich nach der Flußaufteilung. Für ein unipolares Magnetlager nach Abb.1 muss die Summe aller Flüsse Null werden, es gilt dann das Ersatzschaltbild nach Abb.2.

Der Fluss unter dem Magnetpol 1 ergibt sich unter Berücksichtigung der dreipoligen Durchflutungen und der magnetischen Widerstände zu:

$$M_1 = \frac{(R_{m2} \parallel R_{m3}) \cdot l_1 + R_{m3} \cdot l_2 + R_{m2} \cdot l_3}{R_{m1} \parallel R_{m2} \parallel R_{m3} + R_{m1} \parallel R_{m3} + R_{m2} \parallel R_{m3}} \cdot \mu_0 A \frac{(s_2 \parallel s_3) \cdot l_1 + s_3 \cdot l_2 + s_2 \cdot l_3}{s_1 \cdot s_2 \parallel s_2 \cdot s_3 \parallel s_1 \cdot s_3} \quad (3)$$

Die Luftspaltbreiten sind abhängig von der horizontalen und vertikalen Verlagerung (x,y) und ergeben sich ausgehend von der Ruhelage  $s_0$  und der Magnetpollage  $\alpha = B/2$  zu:

$$\begin{aligned} s_1 &= s_0 + y \\ s_2 &= s_0 + \frac{\sqrt{3}}{2} x + \frac{1}{2} y \\ s_3 &= s_0 + \frac{\sqrt{3}}{2} x - \frac{1}{2} y \end{aligned} \quad (4)$$

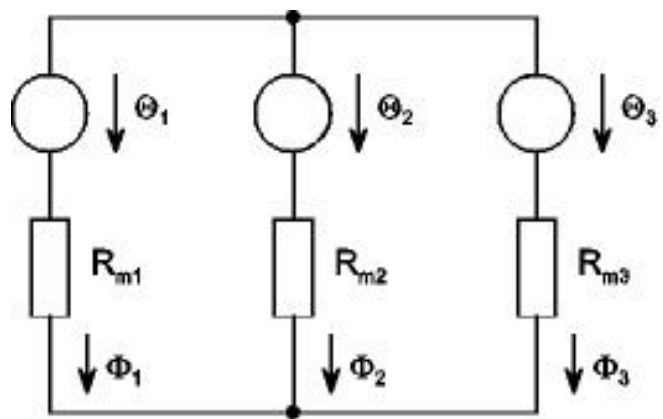
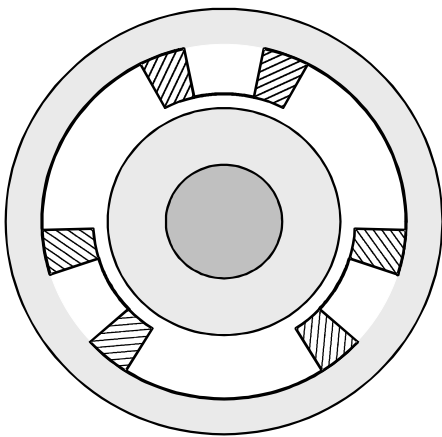


Abb.1: Querschnitt Unipolar-Lager

Abb.2: Ersatzschaltbild Unipolar-Lager

In erster Näherung soll nur das Verhalten im Ruhepunkt interessieren, mit  $x, y = 0$  ergibt sich die Induktion unter dem Magnetpol 1 zu:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{3 s_0} (2 \cdot l_1 + l_2 + l_3) \quad (5)$$

Die Induktionen  $B_2$  und  $B_3$  folgen nach zyklischer Vertauschung der Durchflutungen. Nach Einsetzen der Induktion in die Kraftgleichung erhält man eine von allen drei Durchflutungen und damit Spulenströmen abhängige Polkraft:

$$F_1 = \frac{\mu_0 A}{9 s_0^2} \left( 4 \cdot l_1 (l_1 + l_2 + l_3) + (l_2 + l_3)^2 \right) \quad (6)$$

Setzt man weiterhin für die Kraftkomponenten:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\sqrt{3}}{2} (F_2 + F_3) \\ F_y &= F_1 + \frac{1}{2} F_2 + \frac{1}{2} F_3 \end{aligned} \quad (7)$$

und berücksichtigt man den Zusammenhang zwischen den Pol- und Achsendurchflutungen:

$$\begin{pmatrix} 1_1 \\ 1_2 \\ 1_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1_x \\ 1_y \end{pmatrix} \quad (8)$$

so lassen sich die Achsenkräfte aus den Achsendurchflutungen ermitteln:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{2}{3} \frac{\mu_0 A}{s_0^2} 1_x 1_y \\ F_y &= \frac{1}{3} \frac{\mu_0 A}{s_0^2} (1_x^2 + 1_y^2) \end{aligned} \quad (9)$$

Führt man nun für die Achsendurchflutungen wieder Winkelabhängigkeiten ein mit  $1_x = \hat{1} \cos \alpha$ ,  $1_y = \hat{1} \sin \alpha$ , so erhält man eine richtungsunabhängige Gesamtkraft:

$$*F^* = \frac{1}{3} \frac{\mu_0 A}{s_0^2} \hat{1}^2 \quad (11)$$

Die Konstanz der Radialkräfte unterscheidet das Unipolarlager von den herkömmlichen 3- bzw. 4-polpaarigen Heteropolar- und Homopolarlagern. Für den Entwurf ergibt sich somit der wichtige Zusammenhang:

$$*F^* = \frac{A B^2}{3 \mu_0} \quad (12)$$

Bezieht man das Resultat auf die Magnetpolkraft so folgt:

$$*F^* = \frac{2}{3} F_{pol} \quad (13)$$

Mit einer maximalen Luftspaltinduktion von 1T erhält man für das Unipolarlager eine Kraftdichte bezogen auf die Luftspaltfläche von:

$$j = \frac{*F^*}{A} = \frac{1}{3} \frac{(1T)^2}{1.256 \cdot 10^{06} \frac{Vs}{Am}} = 265 \frac{kN}{m^2} \quad (14)$$

Bedeutung für die Auslegung hat weiterhin der notwendige Durchflutungsbedarf pro Magnetpol, um die erforderliche Luftspaltinduktion zu erzeugen. Zum Aufbau der oben angegebenen Gesamtdurchflutung werden unter Verwendung der Durchflutungsverteilung nur 66% der Poldurchflutung benötigt.

$$1_y = 1_1 + \frac{1}{2} 1_2 + \frac{1}{2} 1_3 \quad (15)$$

Dies bringt gegenüber heteropolaren und homopolaren Magnetlagern eine Einsparung an Wickelraum und Leiterquerschnitt mit sich.

Die Magnetkraft läßt sich allerdings nochmals steigern, wenn man die anderen Magnetpole so erregt, dass sie zu einer Induktionssteigerung beitragen. In y-Richtung bedeutet das:

$$I_1 = \frac{2}{3} I \quad ; \quad I_2 = \frac{1}{3} I \quad ; \quad I_3 = \frac{1}{3} I \quad (16)$$

Man erhält dann z.B. für die y-Komponente der Kraft:

$$F_y = \frac{1}{6} \mu_0 A \frac{I^2}{s_0^2} = \frac{1}{3} F_{pol} \quad (17)$$

Nutzt man den vollen Durchflutungsrahmen, so ist zu wählen:

$$I_1 = I \quad ; \quad I_2 = \frac{1}{2} I \quad ; \quad I_3 = \frac{1}{2} I \quad (18)$$

Dann läßt sich die ausnutzbare Kraft nochmals steigern auf:

$$F_y = \frac{3}{8} \mu_0 A \frac{I^2}{s_0^2} = \frac{3}{4} F_{pol} \quad (19)$$

Sind alle 3 Magnetpole an der Fluss- und Kraftbildung beteiligt, wie das z.B. bei ausschließlicher Gewichtskraftkompensation der Fall ist, halbiert sich der Jochfluß in Stator und Rotor und die Jochhöhen können gegenüber anderen Magnetlagern halbiert werden, ohne dass die Gefahr der Sättigung besteht. Das gilt auch für das Rotorjoch.

Soll auch gewährleistet sein, dass die Radialkraft vollständig in Richtung der Gewichtskraft wirken kann, so sind nur die unteren beiden Magnetpole 2 und 3 an der Fluss- und Kraftbildung zu beteiligen. Die Durchflutung pro Magnetpole ist dann auf das  $\sqrt{3}$ -fache der Grunddurchflutung  $I$  zu steigern. Die Induktionen ergeben sich zu:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{3 s_0} (I_1 + 2I_2 + I_3) = \frac{\mu_0}{3 s_0} (I + 2\sqrt{3} I + \sqrt{3} I) = \frac{\mu_0 \sqrt{3}}{3 s_0} I = B_3 \quad (20)$$

Die Jochhöhen müssten zur Sicherstellung dieses Betriebszustandes von 50 auf 58% der Polbreiten vergrößert werden. Insgesamt folgt aber, dass der Außendurchmesser und teilweise der Innendurchmesser im Vergleich zu anderen Bauformen kleiner ausgelegt werden können.

Der Entwurf hat nun so zu erfolgen, dass eine geforderte Mindeststellkraft in jede Richtung erzeugt werden kann. Nach den in /5/ und /6/ durchgeführten Vergleichen von 3- und 4-polpaarigen Homopolar- und Heteropolarlagern ergeben sich unter Berücksichtigung winkelabhängiger Superposition der Magnetpolkräfte verschiedene winkelabhängige Maximal- und Minimalkräfte, vgl. Tabelle 1. Zum direkten Vergleich werden jedoch die realistischeren Minimalkräfte herangezogen. Beim zu untersuchenden Unipolarlager sind die erzeugbaren Kräfte richtungsunabhängig und damit konstant. Zur Vergleichbarkeit der Kräfte werden diese auf die Magnetpolkräfte bezogen:

$$F_p = k_m f d A = k \frac{B^2}{2\mu_0} l_p r_p \frac{m}{\cos^2(\alpha/2)} d = k \frac{B^2}{2\mu_0} l_p r_p \frac{m}{\cos^2(\alpha/2)} = k \frac{B^2 A}{2\mu_0} \quad (21)$$

mit  $k=1$  Unipolarlager  
 $k=2$  Homopolarlager  
 $k=2 \cos^2(\alpha/2)$  Heteropolarlager

Lagertyp	$F_{\max}/F_{\text{pGes}}$	$F_{\min}/F_{\text{pGes}}$	$f_{\min}$ in $\text{kN}/\text{m}^2$	$J_{\min}$ in $\text{kN}/\text{m}^3$ (5000N)
heteropolar p=8 (He8)	1.3	0.915	365	254
heteropolar p=6 (He6)	0.866	0.75	300	270
homopolar p=8 (Ho8)	1.41	1	400	236
homopolar p=6 (Ho6)	1	0.866	346	246
unipolar p=3 (U3)	0.75	0.75	300	290

**Tabelle 1: Vergleich**

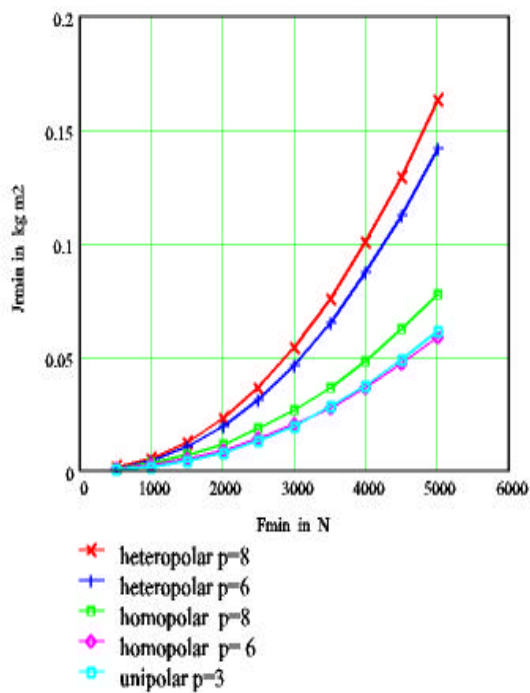
Obwohl der direkte Vergleich einer minimalen Kraftdichte bei Bezug auf die Magnetpolfläche mit

$$f_{\min} \cdot \frac{F_{\text{pol}}}{A_{\text{Fe}}} \quad (22)$$

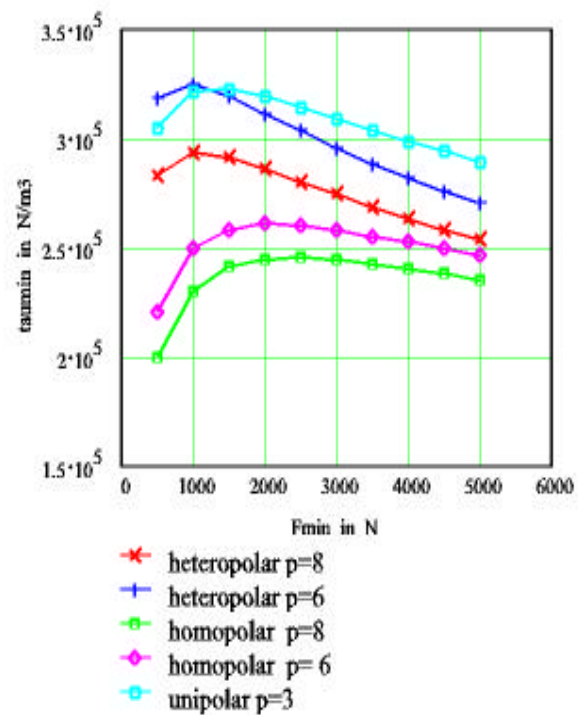
nicht zugunsten des Unipolarlagers spricht, wird aufgrund der günstigeren Durchmesserwerte eine höhere Volumenkraft erreicht gemäß:

$$J_{\min} \cdot \frac{F_{\min}}{\frac{B}{4} D_a^2 l_{\text{ges}}} \quad (23)$$

Das schlägt sich dann auch in einem günstigeren Gesamtvolumen und einer größeren Volumenkraft und einem wesentlich kleineren Rotorzusatzträgheitsmoment nieder, vgl. Abb.3 und 4.



**Abb.3: Trägheitsmoment für Minimalradialkraft**



**Abb.4: minimale Volumenkraft**

Der Entwurf kann dann in folgenden Schritten erfolgen:

- 1) Festlegung der geforderten Minimalkraft
- 2) Berechnung des benötigten Polquerschnittes A
- 3) Bestimmung von Polbreite und Pollänge (bei Umwicklung des Poles führt Pollänge = Polbreite zum kleinsten Wicklungswiderstand)
- 4) Berechnung der übrigen Parameter (notwendige Durchflutung, Eisenquerschnitt sollte überall mindestens gleich Polquerschnitt sein)

Für eine weitergehende Untersuchung kann die nähere Umgebung um den Ruhepunkt in die Betrachtungen einbezogen werden, wobei alle höheren Potenzen von x, y vernachlässigt werden: Allgemein erhält man dann für die Kraftkomponenten:

$$\begin{aligned}
 F_x & \approx \frac{1}{3} \mu_0 \frac{A}{s_0^3} \left( 2 s_0 i_x i_y + x (i_x^2 + i_y^2) \right) \\
 F_y & \approx \frac{1}{3} \mu_0 \frac{A}{s_0^3} \left( (s_0 (i_y^2 + i_x^2) + y (i_x^2 + i_y^2)) \right)
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

### 3. Regelstreckenanalyse

Gesucht wird der Zusammenhang zwischen Kraft- und Stromkomponenten. Betrachtet man zunächst nur die Zustände in der Nähe des Ruhepunktes  $s_0$  so erhält man für x- und y-Komponenten:

$$\frac{dF_x}{dI_x} \approx \frac{2 \mu_0 A w_x w_y}{3 s_0^2} I_{y0}, \quad \frac{dF_x}{dI_y} \approx \frac{2 \mu_0 A w_x w_y}{3 s_0^2} I_{x0}; \quad \frac{dF_y}{dI_x} \approx \frac{2 \mu_0 A w_x^2}{3 s_0^2} I_{x0}; \quad \frac{dF_y}{dI_y} \approx \frac{2 \mu_0 A w_y^2}{3 s_0^2} I_{y0}
 \tag{25}$$

d.h. der jeweils orthogonale Arbeitspunktstrom bestimmt die Verstärkung im betreffenden Steuerkanal. Damit ergeben sich zur Realisierung einer Regelung einfache Entkopplungsvorgaben, die allerdings nur exakt im Ruhepunkt gelten. Die Verstärkungen bzgl. der Lageänderungen sind Null, d.h. es existieren keine Rückkoppeleffekte im Ruhepunkt. Den Signalflußplan nach Linearisierung im Arbeitspunkt zeigt Abb.5.

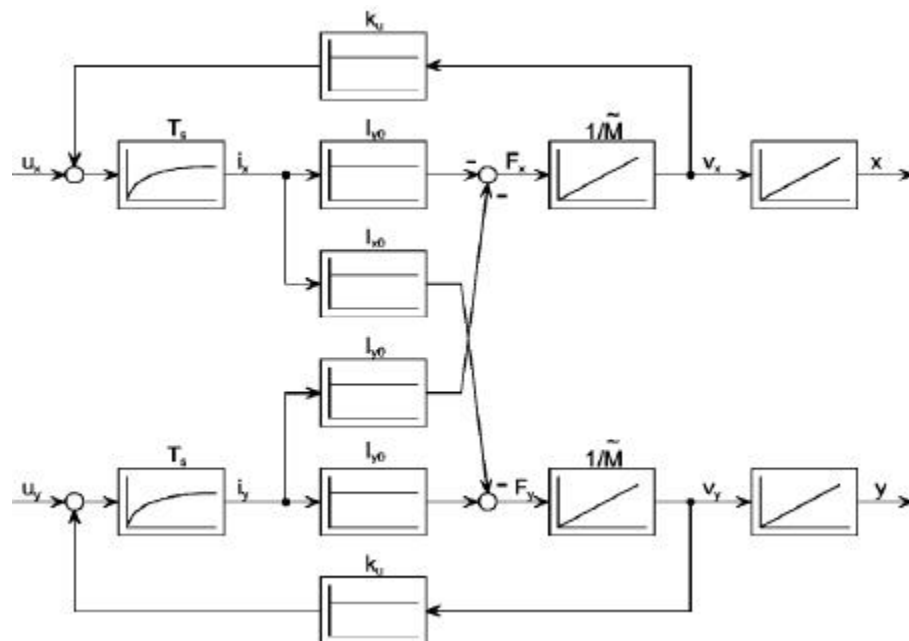


Abb.5: Strukturbild des Unipolarlagers bei Lageabweichung im Nullpunkt

Bei einer vorliegenden Abweichung aus dem Nullpunkt können durch Differentiation der obigen Kraftgleichungen genauere Verstärkungsfaktoren ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \frac{dF_x}{d\mathbf{1}_x} & \cdot \frac{2}{3} \mu_0 \frac{A}{s_0^3} (s_0 \mathbf{1}_{y0} \& x \mathbf{1}_{x0}) \\ \frac{dF_x}{d\mathbf{1}_y} & \cdot \frac{2}{3} \mu_0 \frac{A}{s_0^3} (s_0 \mathbf{1}_{x0} \& x \mathbf{1}_{y0}) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_x}{dx} & \cdot \frac{1}{3} \mu_0 \frac{A}{s_0^3} (\mathbf{1}_{x0}^2 \% \mathbf{1}_{y0}^2) \\ \frac{dF_x}{dy} & \cdot 0 \end{aligned} \quad (27)$$

sowie

$$\begin{aligned} \frac{dF_y}{d\mathbf{1}_x} & \cdot \frac{2}{3} \mu_0 \frac{A}{s_0^3} (s_0 \& y) \mathbf{1}_x \\ \frac{dF_y}{d\mathbf{1}_y} & \cdot \frac{2}{3} \mu_0 \frac{A}{s_0^3} (s_0 \% y) \mathbf{1}_y \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_y}{dx} & \cdot 0 \\ \frac{dF_y}{dy} & \cdot \frac{1}{3} \mu_0 \frac{A}{s_0^3} (\mathbf{1}_x^2 \% \mathbf{1}_y^2) \end{aligned} \quad (29)$$

Den dazugehörigen Signalflußplan zeigt Abb.6.

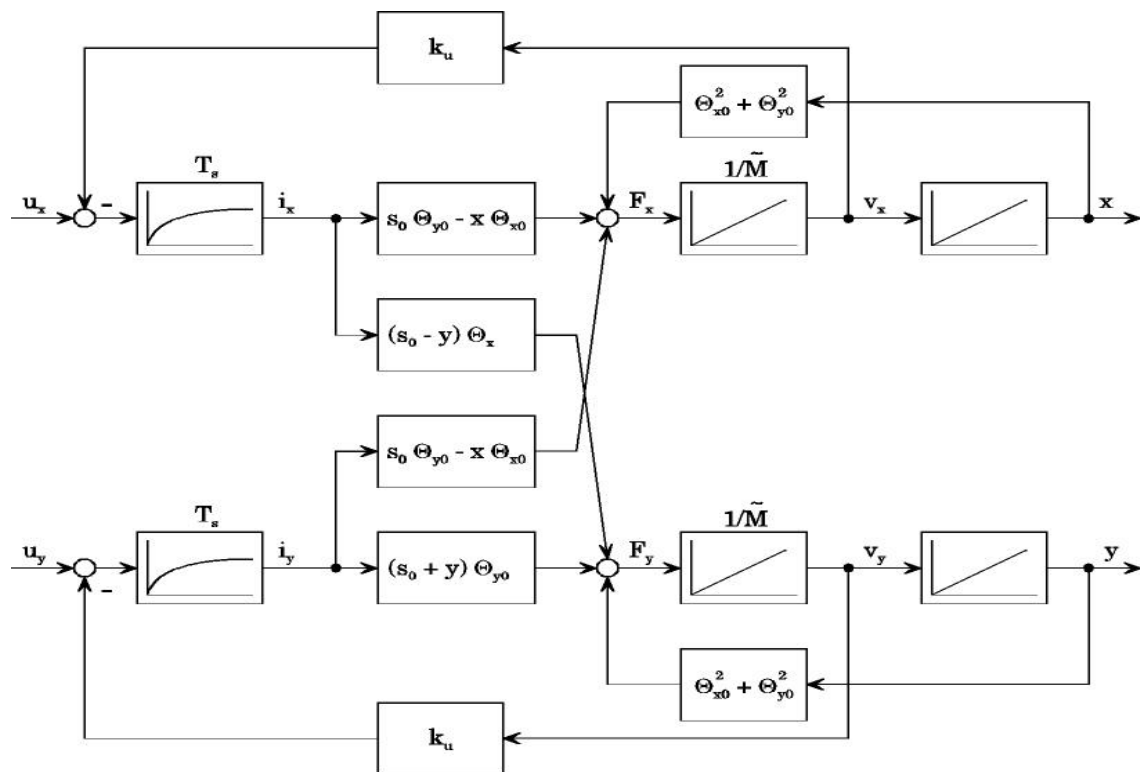
Des weiteren wirken die jeweiligen Stromkomponenten weg- und stromabhängig sowohl im eigenen als auch im orthogonalen Steuerkanal. Im Unterschied zu Abb.5 bringt die Rückkopplung der Wegkomponenten auf die Kräfte ein instabiles Verhalten ein.

Eigenschaften:

Vergleicht man ein unipolares Lager mit den üblichen bipolaren Anordnungen mit drei bzw. vier Polpaaren, so sind folgende Unterschiede hervorzuheben:

- 1) Am Wellenumfang sind nur die halbe Anzahl von Polen verteilt, so dass sich auch die Anzahl der Ummagnetisierungen der Welle halbiert. Die entsprechenden Verluste reduzieren sich deshalb.
- 2) Da auf eine Vormagnetisierung verzichtet wird, werden die Ummagnetisierungsverluste weiterhin reduziert.
- 3) Die Verwendung von einer Standard B6-Brücke ist möglich.
- 4) Die orthogonalen Kräfte sind nicht unabhängig voneinander einstellbar.

Die genannten Vorteile werden nach Aufbau eines Versuchsstandes eingehender untersucht werden.



**Abb.6: Strukturbild des Unipolarlagers bei Lageabweichung vom Nullpunkt**  
(durchflutungsabhängige Verstärkungen ohne geometrieabhängige Konstanten dargestellt)

#### 4. Zusammenfassung

Untersucht wurde ein dreipoliges Unipolarlager in der Verwendung als Radiallager. Die wichtigsten Größen der entstehenden Magnetkreise wie Durchflutungen, Flüsse, Induktionen wurden angegeben und ihr Zusammenwirken zur Radialkraftbildung dargestellt. Die Vorzüge gegenüber bisher verwendeten heteropolaren bzw. homopolaren Radialmagnetlagern wurden diskutiert. Zusätzlich entstehende magnetische und mechanische Verkopplungen konnten anhand von Signalflußplänen in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt beschrieben werden. Weitere Arbeiten werden sich auf verschiedene Stromversorgungskonzepte der Magnetlagerspulen und die Erprobung eines Regelsystems konzentrieren.

#### 5. Literatur

- /1/ Nalaraj, C.; Calvert, T.: Optimal Design of Radial Magnetic Bearings. ISMB 1998 Proceedings pp.296-305
- /2/ Klesen, Ch.; Nordmann, R.: Design of a Low Cost Active Magnetic Bearing. ISMB 2000 Proceedings pp.455-460
- /3/ Grbesa, B.: Low Loss and Low Cost Active Radial Homopolar Magnetic Bearing. ISMB 2000. Proceedings pp.286-295
- /4/ Gondelhalkar und Holmes: Design of a radial electromagnetic bearing for the vibration control of a supercritical shaft. Proc. Inst. Mech. Eng. Vol.198C No.16 1984 p.235-242
- /5/ Hofmann, W.; Steffani, H. F.: Active Radial Magnetic Bearings Designed to Force Required. In: Proceedings of the International Power Electronics Conference, IPEC-Tokyo 2000 Bd. 4, pp. 2126-2130
- /6/ Steffani, H. F.; Hofmann, W.: Design and Comparison of Different Kinds of Radial Magnetic Bearings. ISMB 2000.: Proceedings pp..461-466