

Verbessertes Modell des Lagerlosen Reluktanzmotors

Hertel, L.; Hofmann, W.
Technische Universität Chemnitz
Lehrstuhl Elektrische Maschinen und Antriebe
D – 09107 Chemnitz
Tel.: +49 (0) 371 / 531-3379
Fax.: +49 (0) 371 / 531-3324
e-mail: Lars.Hertel@e-technik.tu-chemnitz.de

1 Kurzfassung

Im Beitrag wird am Beispiel eines lagerlosen Reluktanzmotors ein Modell zur Radialkraftbildung ausgehend vom Maxwell'schen Spannungstensor hergeleitet. Im Gegensatz zum sonst üblichen Vorgehen wird hier die Rotorverlagerung von Beginn an berücksichtigt. Man erhält damit zusätzliche Summanden in der Kraftgleichung die Verkopplungen und Richtungsabhängigkeiten der Kräfte bewirken. Im Vergleich zum konventionellen Magnetlager werden Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Lagerkraftentstehung aufgezeigt.

2 Einleitung

Das Grundprinzip lagerloser Motoren beruht auf der Erzeugung eines Drehmoments sowie radialer Kräfte über ein und dasselbe Blechpaket. Damit sind Dreh- und Tragfunktion in einer Baueinheit realisierbar. Üblicherweise erfolgt die Realisierung durch Kombination zweier Wicklungssysteme unterschiedlicher Polpaarzahl. Es läßt sich zeigen, daß nur durch das Zusammenwirken von Wicklungssystemen deren Polpaarzahlen der Bedingung $p_1 = p_2 \pm 1$, mit ($p_{1,2} \geq 1$), genügen, gezielt Radialkräfte erzeugt werden können.

Die Aufgabe besteht nun darin eine mathematische Beschreibung des Systems zu finden, um sich zum einen die physikalische Wirkungskette zu verdeutlichen und zum zweiten eine regelungstechnische Behandlung zu ermöglichen.

Im Gegensatz zum konventionellen Magnetlager kann bei der beschriebenen Anordnung nicht mehr von einer räumlich festen Zuordnung zwischen Wicklungen und einer bestimmten Lagerachse ausgegangen werden. Vielmehr werden die Wicklungen drehwicklabhängige Beiträge zur Lagerkraft beider orthogonaler Achsen liefern. Auch die Annahme einer konstanten Induktion unter den Polen muß aufgrund der nunmehr verteilten Wicklungen korrigiert werden.

Bei den meisten Modellen des lagerlosen Motors wurde in der Herleitung von der Superposition der nutzbaren Lagerkraft und des magnetischen Zugs ausgegangen, z.B. [2], [3], [4]. Dazu wird unter Annahme eines zentrisch gelagerten Rotors jeweils die Grundwelle der Induktionsverteilung von Dreh- und Tragwicklung angesetzt und durch Integration die resultierende Lagerkraft bestimmt. Dem wird dann die Kraft infolge Rotorverlagerung aufaddiert. Es ergibt sich damit folgende Grundstruktur der Kraftgleichung (die Darstellung ist oft sehr verschieden)

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{id} & K_{iq} \\ K_{iq} & -K_{id} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos p\gamma & -\sin p\gamma \\ \sin p\gamma & \cos p\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + K_s \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Wie sich zeigen wird, erhält man bei der Herleitung über den Maxwell'schen Spannungstensor unter Einbeziehung der Rotorverlagerung weitere Terme in der Kraftgleichung. Diese bewirken beim lagerlosen Reluktanzmotor Verkopplungen und Richtungsabhängigkeiten der Kraftkomponenten.

3 Modellbildung

3.1 Gewinnung der Kraftgleichung

Die folgende Herleitung gewinnt, ausgehend vom Maxwellschen Spannungstensor, die Radialkraftgleichungen eines lagerlosen Reluktanzmotors. Dieser Ansatz führt sehr weit in die Grundlagen der Kraftentstehung im Magnetfeld zurück. Er bietet aber den Vorteil, daß nicht von vornherein mit vereinfachenden Annahmen und Ersatzanordnungen gearbeitet wird, wie es bei der analytischen Behandlung elektrischer Maschinen üblich ist. Insbesondere die Tatsache, daß beim lagerlosen Motor gezielt radiale Kräfte zur berührungsfreien Lagerung der Welle erzeugt werden, welche bei konventionellen Maschinen eher als störender Nebeneffekt auftreten, gebietet eine grundlegendere Betrachtung der auftretenden Magnetfelder und Kräfte. Ausgehend davon läßt sich dann für den lagerlosen Motor herausarbeiten, inwieweit bestimmte Modellvorstellungen anwendbar und berechtigt sind bzw. wo Unterschiede zur klassischen Beschreibung elektrischer Maschinen liegen. Grundsätzlich wird aber auch die analytische Beschreibung des Systems lagerloser Motor nur über Vereinfachungen und Ersatzanordnungen möglich sein.

Ausgangspunkt der Betrachtungen ist der Maxwellsche Spannungstensor in der allgemeinen Form

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mu H_1^2 - \frac{\mu H^2}{2} & \mu H_1 H_2 & \mu H_1 H_3 \\ \mu H_2 H_1 & \mu H_2^2 - \frac{\mu H^2}{2} & \mu H_2 H_3 \\ \mu H_3 H_1 & \mu H_3 H_2 & \mu H_3^2 - \frac{\mu H^2}{2} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Im kartesischen Koordinatensystem mit den Koordinaten x_1 , x_2 , und x_3 ergibt sich die Kraftkomponente F_m auf ein Gebilde innerhalb des Volumens V durch Integration über die Volumendichte der Kraft. Mit Hilfe des Gaußschen Satzes läßt sich dieses Volumenintegral in das folgende Flächenintegral umwandeln

$$F_m = \oint (T_{m1} dA_1 + T_{m2} dA_2 + T_{m3} dA_3) = \oint T_{mn} n_n dA, \quad (3)$$

wobei n_n den Einheitsnormalenvektor mit den Komponenten n_1 , n_2 und n_3 bezeichnet.

Die einzelnen Komponenten des Spannungstensors werden allein durch das H-Feld bestimmt. Dabei beschreibt H den Absolutwert der Feldstärke in Feldrichtung, während H_1 , H_2 und H_3 die Komponenten in Richtung der jeweiligen Koordinatenachsen darstellen. Physikalisch besitzen die Komponenten T_{mn} des Spannungstensors die Dimension einer mechanischen Spannung.

Mit (2) und (3) kann aus der Kenntnis des magnetischen Feldes die resultierende Kraft auf einen Körper durch Integration über eine geschlossene Fläche die diesen Körper umhüllt gewonnen werden. Dabei spielt es keine Rolle durch welchen inneren Mechanismus das Feld und die daraus resultierende Kraftwirkung entstanden sind.

Durch geeignete Wahl der Integrationsfläche und Lage des Koordinatensystems soll der allgemeine Ansatz auf eine konkrete Anordnung angewendet werden.

Es erweist sich als vorteilhaft, die Integrationsfläche in Form einer Kreiszyylinderfläche koaxial zur Maschinenachse in den Luftspalt zu legen. Dabei soll angenommen werden, daß die Stirnflächen keinen Beitrag zur Radialkraft leisten. Damit besitzt das Flächenelement dA nur eine Komponente in Richtung der Koordinate x_1 . In (3) wird $n_n dA$ mit $n_1 = 1$, $n_2 = n_3 = 0$ zu $dA_1 = dA$. Mit dieser Wahl der Integrationsfläche benötigt man zur Bestimmung der Radialkraft nur das Element T_{11} des Spannungstensors, während das Element T_{21} die Tangentialkraft und damit das Drehmoment bestimmt.

Da bei der Bestimmung der auf den Rotor resultierend wirkenden Radialkraft beachtet werden muß, daß die Kräfte auf den Rotor vorzeichenbehaftet zu summieren sind, kann im Gegensatz zur Drehmomentbestimmung nicht mit einem ebenen Modell gearbeitet werden.

Mit dem Übergang ins Zylinderkoordinatensystem lassen sich die Radialkräfte unter Beachtung von $H_1 = H_n = H$ in der üblichen Komponentenform darstellen als

$$F_x = \frac{D\mu_0 l_i}{4} \int_0^{2\pi} H_n^2(\gamma) \cos \gamma d\gamma$$

$$F_y = \frac{D\mu_0 l_i}{4} \int_0^{2\pi} H_n^2(\gamma) \sin \gamma d\gamma$$
(4)

Die Tangentialkomponente der Feldstärke kann vernachlässigt werden, da im Luftspalt die Feldlinien im wesentlichen senkrecht verlaufen und damit die Normalkomponente dominiert.

3.2 Modellanordnung und Vereinfachungen

Um den unbekanntem Feldverlauf im Luftspalt zu ermitteln, ist es erforderlich zunächst einige Vereinfachungen zu treffen:

- die Permeabilität des Eisens sei unendlich
- die in Nuten verteilt angeordnete Wicklung wird durch einen sinusf. Strombelag ersetzt
- das Feld außerhalb des Luftspaltraumes wird vernachlässigt
- es wird von zwei ungenutzten Hauptelementen ausgegangen.

Abbildung 1.a) zeigt den Querschnitt der realen Maschine. Es handelt sich um einen vierpoligen Reluktanzmotor. Zusätzlich zur vierpoligen Motor- oder Drehwicklung befindet sich in den Nuten des Stators einen zweipolige Tragwicklung. Auf dem Rotor befinden sich vier ausgeprägte Pole. Die nebenstehende Abbildung 1.b) zeigt die gewählte Ersatzanordnung. Es stehen sich nunmehr die glatten Oberflächen der beiden Hauptelemente gegenüber, wobei der Stator die Strombeläge von Dreh- und Tragwicklung trägt.

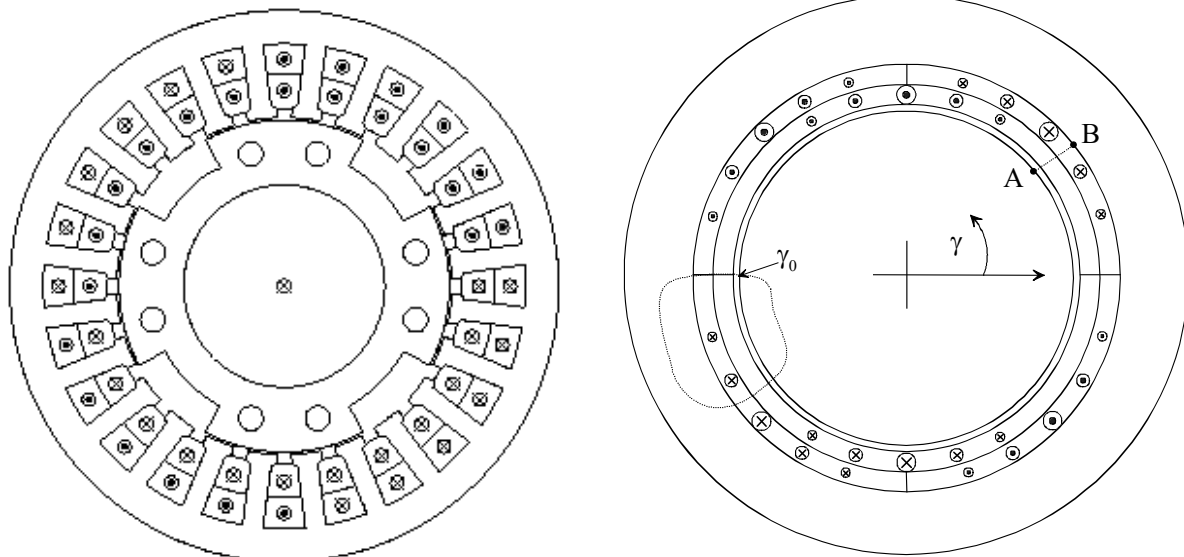


Abb. 1: a) Reale Anordnung

b) Vereinfachte Modellanordnung

Da es sich bei der Maschine um einen Reluktanzmotor handelt ist der Übergang zu einem kreisrunden Rotor sicher diskussionswürdig. Wie sich später zeigen wird ist der Einfluß der ausgeprägten Pole auf die Tragkraftbildung eher gering und kann im Nachgang berücksichtigt werden. Die Rechenaufwand sowie die formelmäßige Darstellung vereinfacht sich durch diese Annahme jedoch enorm.

3.3 Bestimmung des Luftspaltfeldes

Unter den genannten Bedingungen ergibt sich der magnetische Spannungsabfall zwischen den Punkten A und B (Abb. 1b) an beliebiger Stelle γ gemäß

$$V_{\delta}(\gamma) = \int_A^B H ds = H(\gamma)\delta = \frac{B(\gamma)}{\mu_0} \delta \quad (5)$$

Die Gültigkeit der Beziehung (5) ist an ein quasihomogenes Feld gebunden, kann jedoch auch dann noch aufrechterhalten werden, wenn sich die Luftspaltlänge entlang des Umfangs geringfügig ändert, z.B. infolge Rotorverlagerung. Damit geht (5) über in

$$V_{\delta}(\gamma) = \frac{B(\gamma)}{\mu_0} \delta(\gamma) \quad (6)$$

Um einen quantitativen Zusammenhang zwischen den erregenden Strömen und dem resultierenden Feld herzustellen, ist es notwendig die Integration auf einen sinnvollen, geschlossenen Integrationsweg anzuwenden (Abb. 1.b). Unter der bereits genannten Voraussetzung einer unendlichen Permeabilität liefert das Durchflutungsgesetz für den dargestellten Integrationsweg

$$\oint H ds = V_{\delta}(\gamma) - V_{\delta}(\gamma_0) = \Theta(\gamma, \gamma_0) = \left(\sum_{vzb} i \right)_{\gamma, \gamma_0} \quad (7)$$

Die Durchflutung $\Theta(\gamma, \gamma_0)$ stellt also die vorzeichenbehaftete Summe der vom Integrationsweg umfaßten Ströme dar. Verläuft der Integrationsweg durch jene Koordinate γ_0 , an der die Luftspaltinduktion Null ist, so wird mit $B(\gamma_0) = 0$ gemäß (6) auch $V_{\delta}(\gamma_0) = 0$. Die Durchflutung für einen solchen Integrationsweg soll mit $\Theta(\gamma)$ bezeichnet werden. Damit geht (7) über in

$$V_{\delta}(\gamma) = \Theta(\gamma). \quad (8)$$

und (6) läßt sich umformen zu

$$B(\gamma) = \frac{\mu_0}{\delta(\gamma)} \Theta(\gamma) = \Lambda(\gamma) \Theta(\gamma), \quad (9)$$

wobei $\Lambda(\gamma)$ den längenbezogenen magnetischen Leitwert des Luftspalts darstellt.

Wenden wir die bisherigen grundsätzlichen Überlegungen auf die gewählte Ersatzanordnung an, so lassen sich die Strombeläge allgemein darstellen als

$$A(\gamma) = \hat{A} \sin(p\gamma - \varphi_A). \quad (10)$$

Durch Integration läßt sich daraus die Durchflutungsverteilung gemäß

$$\Theta(\gamma) = -\frac{D}{2} \int_{\gamma_0}^{\gamma} A(\gamma) d\gamma \quad (11)$$

gewinnen. Dabei ist γ_0 vereinbarungsgemäß die Stelle, an der die Luftspaltinduktion Null ist. Die Lösung des Integrals liefert

$$\Theta(\gamma) = -\frac{D \hat{A}}{2p} [\cos(p\gamma - \varphi_A) - \cos(p\gamma_0 - \varphi_A)]. \quad (12)$$

Ist der Rotor gegenüber dem Stator nicht verlagert, so gilt

$$\gamma_0 = \frac{1}{p}(\varphi_A \pm \frac{\pi}{2}). \quad (13)$$

Damit wird (12) zu

$$\Theta(\gamma) = -\frac{D \hat{A}}{2p} \cos(p\gamma - \varphi_A), \quad (14)$$

d.h. der Nulldurchgang der Durchflutung ist dort wo der Strombelag sein positives bzw. negatives Maximum hat. Durchflutung und Strombelag sind also um $\pi/2$ zueinander phasenverschoben. Abb. 2a) verdeutlicht den Zusammenhang anhand einer zweipoligen Wicklung.

Wie ändert sich aber Durchflutung und Induktionsverteilung bei exzentrisch gelagertem Rotor? Dazu wurde die Bestromung der Wicklung und damit der Strombelag aus Abb. 2a) beibehalten und der Rotor um $\frac{3}{4}$ des Luftspalts in x-Richtung verschoben. Das Ergebnis der daraufhin ermittelten Feldverteilung zeigt Abbildung 2b). Anhand der Feldlinien läßt sich erkennen, daß es bezüglich der y-Achse zu einer Unsymmetrie gekommen ist. Wesentlich für die Betrachtungen ist die Verschiebung der Stelle γ_0 , an der $B = 0$ herrscht.

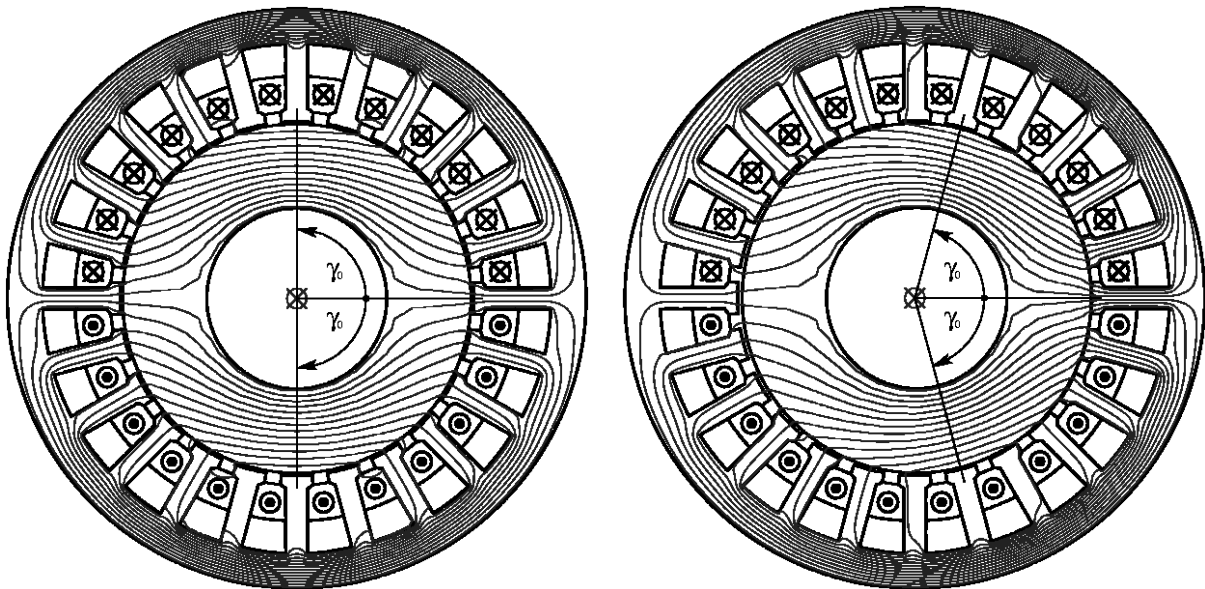


Abb. 2:a) Rotor zentrisch gelagert

b) Rotor exzentrisch gelagert

Dies bedeutet, daß bei verlagertem Rotor zumindest für das Beispiel der zweipoligen Wicklung die Beziehung (14) nicht mehr zutrifft. Deshalb ist nunmehr Ziel, den Integrationsanfang γ_0 , welcher sich offenbar mit der Rotorverlagerung ändert, in Abhängigkeit dieser Verlagerung zu ermitteln.

Dazu läßt sich Formel (9) nutzen. Darin wird $\Theta(\gamma)$ durch (12) ersetzt, darin ist γ_0 als Variable enthalten. Die Leitwertfunktion des Luftspalts läßt sich in Abhängigkeit der Verlagerung in erster Näherung beschreiben als

$$\Lambda(\gamma) = \Lambda_0(1 + \varepsilon \cos(\gamma - \varphi_\varepsilon)) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \Lambda_0 &= \mu_0/\delta_0 \\ \text{und } \varepsilon &= e/\delta_0. \end{aligned}$$

Aufgrund der Quellenfreiheit des magnetischen Feldes muß gelten

$$0 = \int_0^{2\pi} B(\gamma) d\gamma. \quad (16)$$

Wird das Ergebnis der Integration nach γ_0 aufgelöst, so ergibt sich der gesuchte Zusammenhang zur Rotorverlagerung. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden:

für $p = 1$ resultiert

$$\gamma_0 = \pm \arccos\left[\frac{1}{2}\varepsilon \cos(\varphi_A - \varphi_\varepsilon)\right] + \varphi_A, \quad (17)$$

für $p > 1$

$$\gamma_0 = \frac{1}{p}(\varphi_A \pm \frac{\pi}{2}). \quad (18)$$

D.h. bei Polpaarzahl 1 gibt es eine Verschiebung der Stelle $B = 0$ infolge Rotorverlagerung, für Polpaarzahlen größer 1 existiert diese Abhängigkeit nicht.

Setzt man die Ergebnisse in (12) ein, so erhält man eine Beschreibung der Luftspaltinduktion in Abhängigkeit der Verlagerung. Für $p = 1$ ergibt sich

$$B(\gamma) = DA_0 \hat{A} \left[\frac{1}{2} \cos(\gamma - \varphi_A) + \frac{1}{4} \varepsilon \cos(2\gamma - \varphi_A - \varphi_\varepsilon) - \frac{1}{4} \varepsilon^2 \cos(\gamma - \varphi_\varepsilon) \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_A) \right]. \quad (19)$$

Der Grundwelle überlagert sich also ein weiterer Anteil mit quadratischer Abhängigkeit von ε , sowie eine Komponente der Ordnungszahl 2 mit linearer Abhängigkeit von ε . Für $p > 1$ erhält man

$$B(\gamma) = \frac{DA_0 \hat{A}}{2p} \left\{ \cos(p\gamma - \varphi_A) + \frac{\varepsilon}{2} \left[\cos[(p+1)\gamma - \varphi_A - \varphi_\varepsilon] + \cos[(p-1)\gamma + \varphi_A - \varphi_\varepsilon] \right] \right\}. \quad (20)$$

Infolge der Verlagerung treten hier also neben der jeweiligen Grundwelle noch zwei Harmonische mit den Ordnungszahlen $p \pm 1$ auf, in [12] werden diese als Exzentrizitätsoberwellen bezeichnet.

3.4 Bestimmung der Radialkräfte

Im folgenden werden die ermittelten Beziehungen zur Bestimmung der Radialkräfte auf den konkreten Fall angewendet. Die Indizierung erfolgt derart, daß für die einpolpaarige Tragwicklung der Index 1 verwendet wird und für die zweipolpaarige Drehwicklung der Index 2. Die Induktionsverteilung der Tragwicklung ergibt sich dann gemäß

$$B_1(\gamma) = DA_0 \hat{A}_1 \left[\frac{1}{2} \cos(\gamma - \varphi_{A1}) + \frac{1}{4} \varepsilon \cos(2\gamma - \varphi_{A1} - \varphi_\varepsilon) - \frac{1}{4} \varepsilon^2 \cos(\gamma - \varphi_\varepsilon) \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_{A1}) \right] \quad (21)$$

und für die Drehwicklung erhält man

$$B_2(\gamma) = \frac{DA_0 \hat{A}_2}{4} \left\{ \cos(2\gamma - \varphi_A) + \frac{\varepsilon}{2} \left[\cos[3\gamma - \varphi_{A2} - \varphi_\varepsilon] + \cos[\gamma + \varphi_{A2} - \varphi_\varepsilon] \right] \right\}. \quad (22)$$

Aus der Überlagerung beider Funktionen erhält man schließlich die gesamte, von beiden Wicklungen verursachte Induktionsverteilung

$$B_{ges}(\gamma) = B_1(\gamma) + B_2(\gamma). \quad (23)$$

Die Integration über den Rotorumfang

$$F_x = \frac{Dl_i}{4\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{ges}^2(\gamma) \cos(\gamma) d\gamma, \quad (24)$$

$$F_y = \frac{Dl_i}{4\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{ges}^2(\gamma) \sin(\gamma) d\gamma \quad (25)$$

liefert schließlich die gesuchten Radialkräfte als x- und y-Komponenten. In Matrixdarstellung erhält man folgenden Ausdruck

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \frac{D^3 \pi l_i A_0^2}{128 \mu_0} \left\{ \begin{bmatrix} 4 \cos(\varphi_{A1} - \varphi_{A2}) \\ -4 \sin(\varphi_{A1} - \varphi_{A2}) \end{bmatrix} \hat{A}_1 \hat{A}_2 + \begin{bmatrix} 2 \cos(\varphi_\varepsilon) \\ 2 \sin(\varphi_\varepsilon) \end{bmatrix} (2\hat{A}_1^2 + \hat{A}_2^2) \varepsilon + \begin{bmatrix} 2 \sin(\varphi_{A1}) \\ -2 \cos(\varphi_{A1}) \end{bmatrix} \sin(\varphi_{A2} - 2\varphi_\varepsilon) \hat{A}_1 \hat{A}_2 \varepsilon^2 - \begin{bmatrix} 2 \cos(\varphi_{A1}) \\ 2 \sin(\varphi_{A1}) \end{bmatrix} \cos(\varphi_{A1} - \varphi_\varepsilon) \hat{A}_1^2 \varepsilon^3 \right\}. \quad (26)$$

Der erste Term beschreibt die nutzbare Lagerkraft, deren Richtung von der relativen Lage beider Strombelagswellen bzw. der Stromvektoren von Trag- und Drehwicklung abhängen. Man erkennt, daß nur durch das Zusammenwirken beider Systeme eine Lagerkraft entstehen kann. Der zweite Term steht für den bekannten magnetischen Zug, d.h. bei einer Verlagerung in x- bzw. y-Richtung resultiert eine Kraft die versucht den Rotor weiter in Richtung der Verlagerung zu ziehen. Im dritten Term ergibt sich eine quadratische Abhängigkeit von der Verlagerung ε und weiterhin von der Richtung des Verlagerungsvektors sowie beider Stromvektoren. Der vierte Ausdruck zeigt eine kubische Abhängigkeit von der Verlagerung ε , seine Richtung ist dabei vom Verlagerungsvektor sowie der Richtung von A_1 abhängig.

Vergleicht man das Ergebnis mit dem eingangs beschriebenen Modellansatz, so lassen sich folgende Aussagen ableiten:

1. Die ersten beiden Terme sind identisch mit dem vereinfachten Modellansatz
2. Term 3 und 4 sind neu hinzugekommen, sie können als Störkräfte interpretiert werden welche bei exzentrischer Rotortlage auftreten, deren Richtung jedoch nicht nur von der Verlagerungsrichtung abhängt, sondern zusätzlich von der räumlichen Lage der Stromvektoren beider Wicklungssysteme.

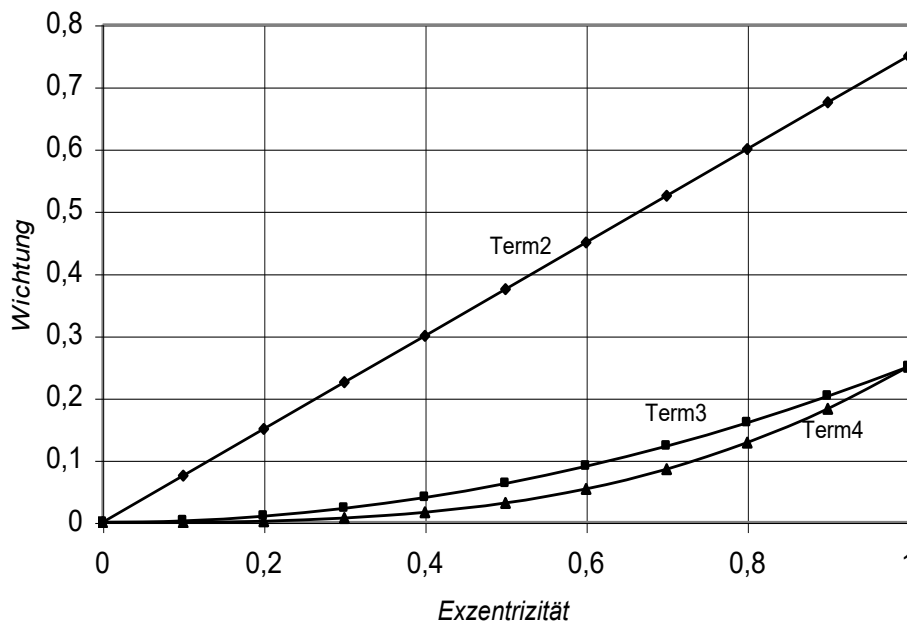


Abb. 3: Wichtung der einzelnen Exzentrizitätsterme

Da die Exzentrizität quadratisch bzw. kubisch eingeht ist nun zu untersuchen, inwieweit ihr Einfluß signifikant ist.

Die folgende Abschätzung der 3 von der Verlagerung abhängigen Kraftkomponenten geht davon aus, daß alle Winkelfunktionen 1 sind. Weiterhin ist an der realen Maschine der Strombelag auf einen bestimmten Maximalwert begrenzt. Teilt man diesen jeweils zur Hälfte auf beide Teilsysteme auf, so wird das Produkt der beiden Spitzenwerte im dritten Term maximal. Dieser ungünstigste Fall soll hier angenommen werden. Läßt man ε von 0 bis 1 laufen, so kann man, für die im speziellen Fall größte anzunehmende Exzentrizität, den Einfluß der 3 Terme abschätzen (Abb.3).

Geht man von üblichen Anwendungen aus, so kann man annehmen, daß ε kleiner 0,1 ist. Für $\varepsilon = 0,1$ erhält man dann folgendes größenmäßiges Verhältnis der 3 Komponenten:

$$\varepsilon = 0,1 \quad \begin{array}{ccc} \text{Term2 (f(\varepsilon))} & & \text{Term3 (f(\varepsilon^2))} \\ 300 & \gg & 10 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Term4 (f(\varepsilon^3))} \\ 1. \end{array}$$

Damit kann für einen solchen Fall davon ausgegangen werden, daß der Einfluß der quadratischen und kubischen Komponente von ε vernachlässigbar ist, zumal an der realen Maschine noch weitere Einflüsse hinzukommen, die bei der Berechnung vernachlässigt sind (Nutung, verteilte Wicklung, Sättigung). Wenn jedoch die Verlagerung nicht mehr klein im Verhältnis zum Luftspalt ist, kann der Einfluß der beiden Kraftanteile signifikant werden. Praktisch denkbar ist dies z.B. bei Bearbeitungsprozessen, bei denen man von der Möglichkeit der Verlagerung der Welle innerhalb der Grenzen des Luftspalts bewußt Gebrauch macht. D.h. obige Abschätzung muß immer für den Einzelfall getroffen werden.

Im weiteren soll mit $\varepsilon \leq 0,1$ davon ausgegangen werden, daß die Vernachlässigung statthaft ist. Zur weiteren Umformung werden die Strombelagsamplituden und der längenbezogene magnetische Leitwert ersetzt. Der Vektor der Rotorverlagerung wird durch seine x- und y-Komponenten beschrieben.

$$\hat{A}_1 = \frac{6w_1\xi_1}{\pi D} i_1, \quad \hat{A}_2 = \frac{6w_2\xi_2}{\pi D} i_2, \quad A_0 = \frac{\mu_0}{\delta_0} \quad (27)$$

Es erweist sich weiterhin als vorteilhaft alle Größen in das rotorfeste Koordinatensystem zu transformieren. Damit entfallen sämtliche Winkelabhängigkeiten. Im Ergebnis der Umformungen erhält man

$$\begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{yr} \end{bmatrix} = \frac{9}{8} \frac{Dl_i\mu_0}{\delta_0^2\pi} \left\{ w_1\xi_1 w_2\xi_2 \begin{bmatrix} i_{2d} & i_{2q} \\ i_{2q} & -i_{2d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} + \frac{1}{\delta_0} w_1^2\xi_1^2 (i_{1d}^2 + i_{1q}^2) \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + \frac{1}{2\delta_0} w_2^2\xi_2^2 (i_{2d}^2 + i_{2q}^2) \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} \right\} \quad (28)$$

Um die Analogie zum konventionellen Magnetlager aufzuzeigen, werden die Konstanten zusammengefaßt

$$\begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_i(i_{2d}) & K_i(i_{2q}) \\ K_i(i_{2q}) & -K_i(i_{2d}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} + K_{S1}(i_1^2) \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + K_{S2}(i_2^2) \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Aufgrund der Umformungen und Transformationen ist nun eine relativ einfache Interpretation des Ergebnisses möglich. Der erste Summand beschreibt die Entstehung der nutzbaren Lagerkraft. Der Kraft-Strom-Faktor ist dabei von der feld- bzw. dremomentbildenden Stromkomponente der Motorwicklung abhängig. Diese entsprechen also beim lagerlosen Motor dem Vormagnetisierungsstrom des Magnetlagers. Wird der Motor belastet so ergibt sich eine Verkopplung beider Lagerachsen, welche in der Regelung relativ einfach durch die inverse Funktion kompensiert werden kann.

In der Praxis erweist es sich als günstig, den Motor mit einem konstanten Feldstrom zu betreiben. Damit wird $K_i(i_{2d})$ eine Konstante. Die bei Belastung auftretende Verkopplung wird dann wie beschrieben als Störkraft betrachtet und kompensiert.

Die Summanden 2 und 3 beschreiben den von der jeweiligen Wicklung verursachten magnetischen Zug, mit der bekannten quadratischen Abhängigkeit vom zugehörigen Strom.

Die Gemeinsamkeiten zum Magnetlager mit Vormagnetisierung liegen also darin, daß die Kraftbildung ebenso über Kraft-Strom- bzw. Kraft-Weg-Faktoren beschrieben werden kann. Die wesentlichen Unterschiede liegen darin, daß die Beschreibung hier in einem rotierenden Koordinatensystem erfolgt, d.h. die realen Ströme sind Wechselgrößen. Desweiteren sind die Faktoren K_i und K_s nicht konstant, sondern ändern sich in Abhängigkeit der Belastung von Motor und Lagerung.

3.5 Berücksichtigung der ausgeprägten Pole

Eine recht grobe Vereinfachung war die eingangs gemachte Annahme der Rotor der Reluktanzmaschine sei kreisrund. Die Realität der in diesem Fall 4 ausgeprägten Pole soll nun dadurch berücksichtigt werden, daß die Integration über die Induktionsverteilung gemäß (4) nicht mehr von Null bis 2π durchgeführt wird, sondern nur noch über die Fläche der 4 ausgeprägten Rotorpole. Die Vernachlässigung des Polzwischenraums ist aufgrund des dort viel größeren Luftspalts sicher berechtigt. Allerdings begeht man insofern einen Fehler, als daß die Bedingung des quasihomogenen Feldes, die der Berechnung zugrunde liegt, an der Übergangzone nicht mehr gegeben ist. Da aber die Polbreite in Relation dazu groß ist, kann dies hingenommen werden.

Das Integral nach (4) zerfällt somit in 4 Teilintegrale. Da der Rotor damit magnetisch unsymmetrisch geworden ist, muß bei der Integration der Rotorlagewinkel als zusätzliche Größe berücksichtigt werden.

Die weiteren Berechnungen, Umformungen und Transformationen erfolgen analog zum kreisrunden Rotor. Aufgrund der Transformation ins rotorfeste Koordinatensystem entfallen auch hier alle Winkelabhängigkeiten und man erhält

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{yr} \end{bmatrix} &= \frac{9}{8} \frac{Dl_i \mu_0}{\delta_0^2 \pi} \left\{ w_1 \xi_1 w_2 \xi_2 \begin{bmatrix} (\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi})i_{2d} & (\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi})i_{2q} \\ (\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi})i_{2q} & -(\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi})i_{2d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} + \frac{I}{2\delta_0} w_2^2 \xi_2^2 \begin{bmatrix} (\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi}) \\ (\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_{2d}^2 \\ i_{2q}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + \right. \\ &\left. \frac{I}{\delta_0} w_1^2 \xi_1^2 \begin{bmatrix} x_r & 0 \\ 0 & y_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi}) & (\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi}) \\ (\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi}) & (\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d}^2 \\ i_{1q}^2 \end{bmatrix} - \frac{I}{\delta_0} \frac{\sqrt{3}}{\pi} w_1^2 \xi_1^2 i_{1d} i_{1q} \begin{bmatrix} y_r \\ x_r \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

Zur besseren Interpretation soll wiederum eine geeignete Zusammenfassung der Faktoren erfolgen.

$$\begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{id}(i_{2d}) & K_{iq}(i_{2q}) \\ K_{iq}(i_{2q}) & -K_{id}(i_{2d}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_r & 0 \\ 0 & y_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{S1d} & K_{S1q} \\ K_{S1q} & K_{S1d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d}^2 \\ i_{1q}^2 \end{bmatrix} - K_{S1dq} \begin{bmatrix} y_r \\ x_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{S2d} \\ K_{S2q} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_{2d}^2 \\ i_{2q}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} \quad (31)$$

Die Deutung des Ergebnisses erfolgt im Vergleich zum kreisrunden Rotor (29). Die Struktur des ersten Summanden, welcher die nutzbare Lagerkraft beschreibt, ist prinzipiell gleich geblieben. Der Kraft-Stromfaktor ist aber nicht mehr nur von der Größe der jeweiligen Stromkomponente abhängig, sondern auch von der betrachteten Richtung auf dem Rotor. Es muß deshalb nach $K_{id}(i_{2d})$ und $K_{iq}(i_{2q})$ unterschieden werden. Für den Reluktanzmotor gilt dabei stets

$$\begin{array}{l} \text{im konkreten Fall} \end{array} \quad \begin{array}{l} K_i \text{ (kreisrund)} \\ 100\% \end{array} \quad > \quad \begin{array}{l} K_{id} \\ 94,2\% \end{array} \quad > \quad \begin{array}{l} K_{iq} \text{ und} \\ 39,1\%. \end{array}$$

Die konkreten Verhältnisse sind vom Polbedeckungsfaktor abhängig und nur für identische Ströme in d- und q-Achse vergleichbar.

Der 2. und 4. Summand beschreiben wiederum den magnetischen Zug bei Rotorverlagerung. Auch hier ergibt sich ganz analog eine Richtungsabhängigkeit der Kraft-Wegfaktoren. Der 3. Summand gehört ebenfalls zum magnetischen Zug (zweipolige Wicklung) und beschreibt eine Kraft die orthogonal zur Verlagerung auftritt.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Mit (31) ist für den lagerlosen Reluktanzmotor ein Modell gefunden, welches ausgehend vom Maxwellschen Spannungstensor eine Lösung ergibt die sowohl den Nutzkraftanteil als auch die Komponenten des magnetischen Zugs beinhaltet. Bei diesem Ansatz ergeben sich zusätzliche Richtungsabhängigkeiten und Verkopplungen der einzelnen Kräfte die die übliche getrennte Betrachtung und Superposition von Lagerkraft und magnetischem Zug nicht hervorbringt. Wie bereits angemerkt ist die Signifikanz der einzelnen Komponenten stark vom Einzelfall (Aufbau, Anwendung) abhängig. Bei den meisten Anwendungen wird eine Exzentrizität $\varepsilon \ll 1$ gefordert bzw. realisiert. Die Erfahrungen an bestehenden Maschinen dieser Bauart zeigen, daß für diesen Fall sehr gut mit dem Modell nach (1) gearbeitet werden kann, zumal sich in der Praxis dem hergeleiteten Modell weitere Einflüsse (Nutung, verteilte Wicklung, Sättigung u.s.w.) überlagern, die vernachlässigt wurden. Für größere Rotorexzentrizitäten ist jedoch zu erwarten, daß der Einfluß der zusätzlichen Kraftterme nicht vernachlässigt werden kann.

Die theoretisch gewonnenen Ergebnisse sollen mit Hilfe von FEM-Berechnungen nachgewiesen und quantitativ bestimmt werden. Diese Methode bietet den Vorzug, daß damit Fälle konstruiert und berechnet werden können, die in der Praxis nicht oder kaum realisierbar sind, z.B. ε nahe 1, lineares Eisen, Modellierung eines Strombelags u.s.w..

Letztlich soll an der realen Maschine der praktische Nachweis erfolgen.

Danksagung

Unser Dank gilt der „Deutschen Forschungsgemeinschaft“, die dieses Projekt unterstützt.

5 Literatur

- [1] Schöb, R.: Beiträge zur lagerlosen Asynchronmaschine. Diss. ETH Zürich, 1993
- [2] Hertel, L; Hofmann, W.: Theory and Test Results of a High Speed Bearingless Reluctance Machine. PCIM, Nuremberg, 1999, pp. 143-147
- [3] Chida, K.; Chiba A.; Fukao T.: Principles and Characteristics of a Reluctance Motor with Windings of Magnetic Bearing. Proc. of IPEC, Tokyo, 1990, pp. 919-926
- [4] Rahman, M.; Chiba, A; Fukao T.: Principles and Development of Bearingless AC Motors. IPEC, Yokohama 1995, pp. 1334-1339
- [5] Chiba, A; Power, D. T.; Rahman, M. A.: Analysis of No-Load Characteristics of a Bearingless Induction Motor. IEEE Transaction on Industry Applications Vol.31 No.1, 1995, pp. 77-83
- [6] Ooschima, M.; Chiba, A.; Fukao, T.; Rahman, M. A.: Design and Analysis of Permanent Magnetic-Type Bearingless Motors. IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. 43 No. 2, April 1996, S. 292-299
- [7] Okada, Y.; Dejima, K.; Ohishi, T.: Analysis and Comparison of PM synchronous Motor and Induction Motor Type Magnetic Bearings. IEEE Vol. 31 NO. 5, September/October 1995, pp.1047-1053
- [8] Hertel, L; Hofmann, W.: Design and Test Results of a High Speed Bearingless Reluctance Machine. EPE, Lausanne, 1999

- [9] Bichsel, J.: Beiträge zum lagerlosen Elektromotor. Diss. ETH Zürich, 1990
- [10] Sequenz, H.: Die Wicklungen elektrischer Maschinen, Springer Verlag, 1950
- [11] Wiedemann, E.; Kellenberger, W.: Konstruktion elektrischer Maschinen. Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1967
- [12] Müller, G.: Theorie elektrischer Maschinen. VCH Verlagsgesellschaft mbH Weinheim, 1995