

# Analyse der Wirbelstromeffekte an einem axialen Magnetlagersystem mit der Finite-Elemente-Software FLUX

**Dr.-Ing. A. Baral**

*IST – Ingenieurgesellschaft für Systemtechnik mbH  
Spessartweg 96 A  
34134 Kassel*

*E-mail: [Andreas.Baral@baral-online.de](mailto:Andreas.Baral@baral-online.de)*

*Internet: [www.baral-online.de](http://www.baral-online.de)*

**Prof. Dr.-Ing. B. Weidemann**

*Universität Gh Kassel  
Wilhelmshöher Allee 71  
4109 Kassel*

*E-mail: [weidemann@ema.e-technik.uni-kassel.de](mailto:weidemann@ema.e-technik.uni-kassel.de)*

*Internet: [www.uni-kassel.de/fb16/iee-ema/](http://www.uni-kassel.de/fb16/iee-ema/)*

## Einleitung

Vollständig magnetisch gelagerte Antriebe müssen in allen 5 Freiheitsgraden aktiv magnetisch gelagert werden. Da es sich in den meisten Fällen um Hochgeschwindigkeitsanwendungen handelt, muß die Axiallagerscheibe aus massivem Stahl gefertigt werden. Der Eisenkern des Spulenkörpers hingegen könnte aus einzelnen Blechen bestehen, so dass sich in ihm keine wesentlichen Wirbelströme ausbilden würden. Da die Blechung des Eisenkörpers sehr aufwendig ist wird auch dieser meist aus einem massiven Stahlkörper gefertigt. Durch schnelle Feldänderungen werden in den massiven Eisenteilen merkliche Wirbelströme induziert, die bei der Auslegung der Axialenmagnetlager zu berücksichtigen sind.

Beim Betrieb der aktiven Magnetlager am Pulsumrichter ist eine relativ genaue Kenntnis der Stromanstiegszeitkonstanten erforderlich. Diese bestimmen maßgeblich die Größe der Stromrippel, die sich bei definierter Pulsfrequenz bzw. Pulsdauer einstellen.

Der folgende Beitrag soll zum Verständnis der Wirbelstromeffekte beitragen und Anregungen für den Entwurf und die Auslegung von Axialmagnetlagern geben.

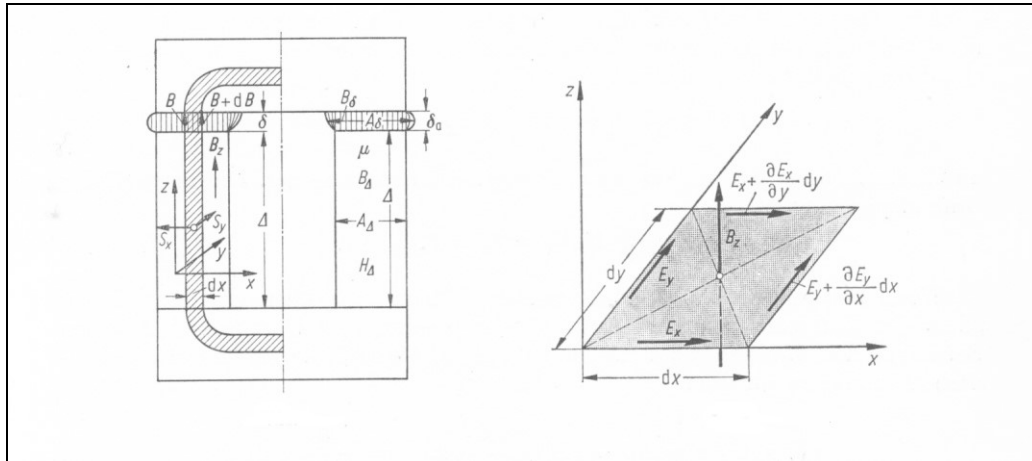
Im ersten Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen der analytischen Berechnung von Wirbelströmen in massiven Eisenkernen nach Rüdenberg [1] erläutert. Im zweiten Abschnitt werden mit Hilfe der Finiten Elemente Software FLUX [3] die Einflüsse der Wirbelströme auf die Stromanstiegszeit und die Kraftverteilung untersucht. Im dritten Teil werden die berechneten Ergebnisse den Messergebnissen an einem Axiallager gegenübergestellt.

## Theoretische Grundlagen

Die hier dargestellten theoretischen Grundlagen können ausführlich in dem Buch *Elektrische Schaltvorgänge* [1] von Rüdenberg nachgelesen werden.

Als Modell dient ein Elektromagnet, der aus einem fein geblechten Joch, einem Luftspalt und einem massiven Eisenkern besteht, wie er in Bild 1 zu sehen ist. Bei der weiteren Betrachtung

wird vorausgesetzt, dass sich im Joch des Elektromagneten keine Wirbelströme ausbilden können. Wählt man nun das Koordinatensystem derart, dass die magnetische Flussdichte parallel zur z-Achse des Koordinatensystems verläuft, so können sich die Ströme nur in der x-y Ebene ausbilden.



**Bild 1:** Modell des magnetischen Kreises [1]

Betrachtet man den magnetischen Fluß  $\Phi$  in einem Flächenelement  $dx dy$

$$\Phi = B_z \cdot dx \cdot dy \quad \text{Gl. 1}$$

so ergibt sich für die elektrische Spannung das Umlaufintegral

$$\oint E \cdot ds = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot \quad \text{Gl. 2}$$

Für das Umlaufintegral in der xy Ebene erhält man:

$$\left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \cdot dx \cdot dy = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \quad \text{Gl. 3}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad \text{Gl. 4}$$

Die magnetische Flussdichte verursacht einen Wirbelstrom in der y-Achse. Dieser Wirbelstrom lässt sich als Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke ausdrücken.

$$\oint H \cdot ds = S_y \cdot \Delta \cdot dx = I_y \quad \text{Gl. 5}$$

Vernachlässigt man den magnetischen Widerstand des Eisens, so liefert allein der Luftspalt einen Beitrag zum Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke.

$$\oint \mu_0 \cdot H \cdot ds = \left( B_z - \frac{\partial B_z}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot \delta - \left( B_z + \frac{\partial B_z}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot \delta = -2 \frac{\partial B_z}{\partial x} \cdot \delta \cdot dx \quad \text{Gl. 6}$$

Aus den beiden Gl. 5 und 6 ergibt sich eine Beziehung zwischen der Wirbelstromdichte S und der magnetischen Flussdichte B.

$$S_y = -\frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{\Delta} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial x} \quad \text{Gl. 7}$$

$$S_x = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{\Delta} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial x} \quad \text{Gl. 8}$$

Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes

$$E_x = \rho \cdot S_x \quad E_y = \rho \cdot S_y \quad \text{Gl. 9}$$

erhält man die Ableitung der elektrischen Feldstärke

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{2 \cdot \rho}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{\Delta} \cdot \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{2 \cdot \rho}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{\Delta} \cdot \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} \quad \text{Gl. 10}$$

Setzt man Gl. 10 in Gl. 4 ein, so erhält man eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} = \frac{2\mu_0}{\rho} \cdot \frac{\Delta}{\delta} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial t} \quad \text{Gl. 11}$$

Die Lösung dieser partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung hat die Form

$$B = \sum C_{n,m} \cdot \cos\left(n\pi \frac{x}{a}\right) \cdot \cos\left(m\pi \frac{y}{b}\right) \cdot e^{-\gamma_{n,m} t} \quad \text{Gl. 12}$$

und lässt sich als eine unendliche Anzahl von abklingenden Teilwellen mit der Abklingkonstanten

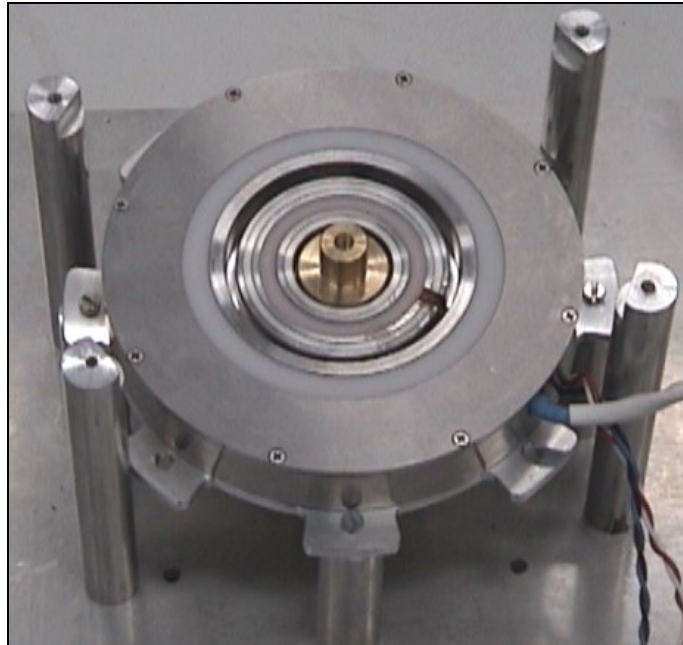
$$\gamma_{n,m} = \frac{\rho}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{\Delta} \left[ \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 \right] \quad \text{Gl. 13}$$

auffassen.

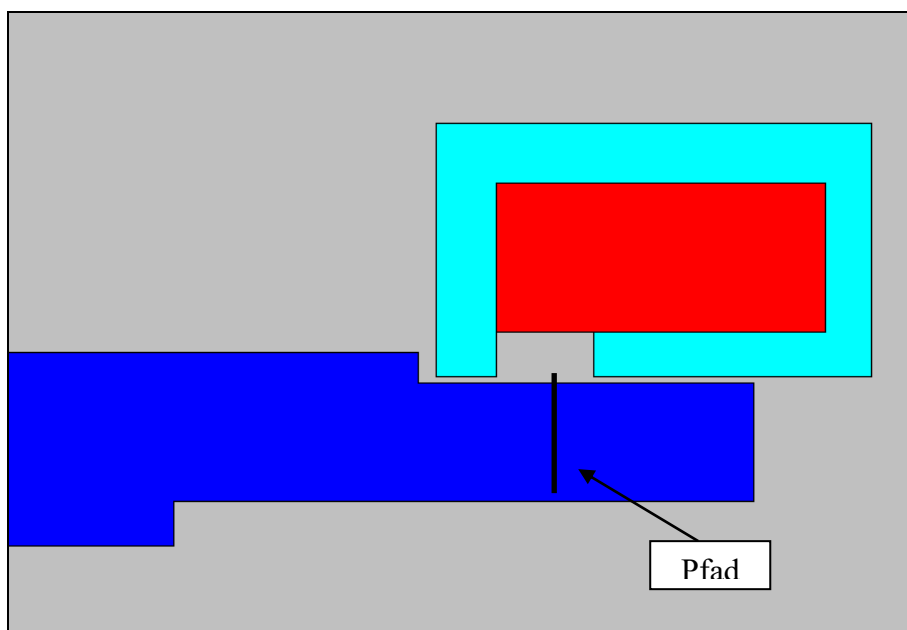
Der Kehrwert der Abklingkonstanten gibt die Zeitkonstante der einzelnen Teilwellen. Hieraus ergibt sich, dass Teilwellen niedriger Ordnung langsamer abklingen als Teilwellen hoher Ordnung.

## FEM – Analyse des axialen Magnetlagers

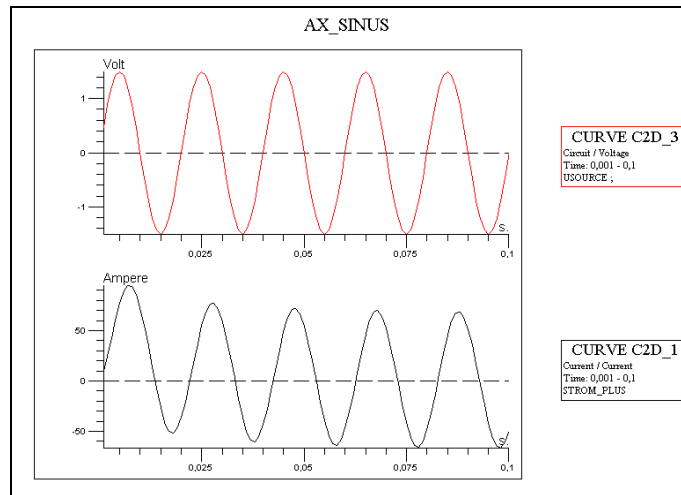
Mit Hilfe moderner Berechnungsverfahren wie der Finiten-Elemente-Methode lassen sich heute komplexe Feldprobleme numerisch lösen. Bild 2 zeigt das untersuchte axiale Magnetlager und in Bild 3 ist die rotationssymmetrische Anordnung im Schnitt dargestellt. Zuerst soll an Hand von Feldbildern die eindringende Feldwelle und die Stromdichteverteilung dargestellt werden. Hierzu wurde die Spule (rot) mit einer sinusförmigen Spannungsquelle gespeist.



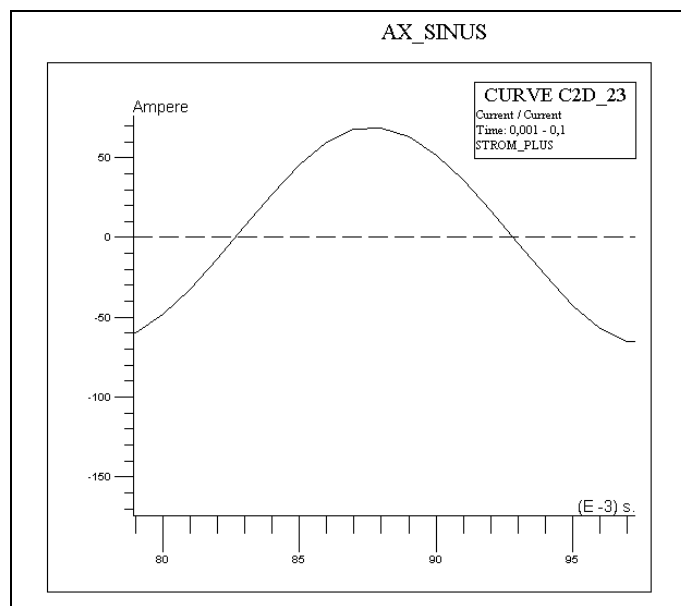
**Bild 2:** Axiales Magnetlager



**Bild 3 :** Geometrie eines Axialmagnetlagers – Axialscheibe (blau), Spule (rot), Magnet-Eisenkern (türkis)

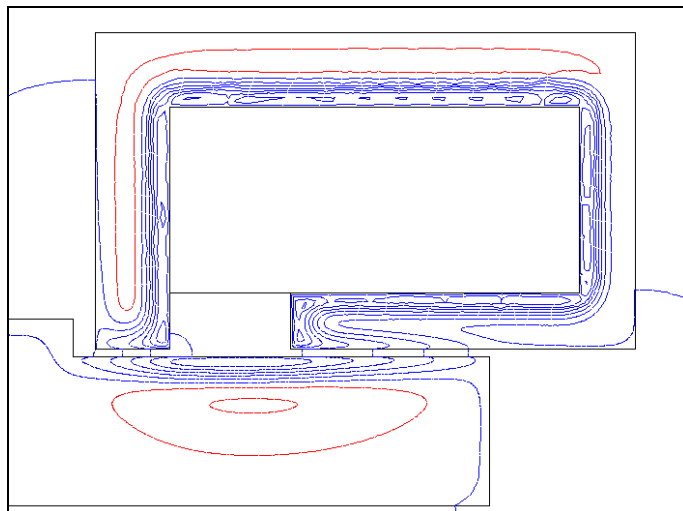


**Bild 4 :** Spannung und Strom an der Wicklung

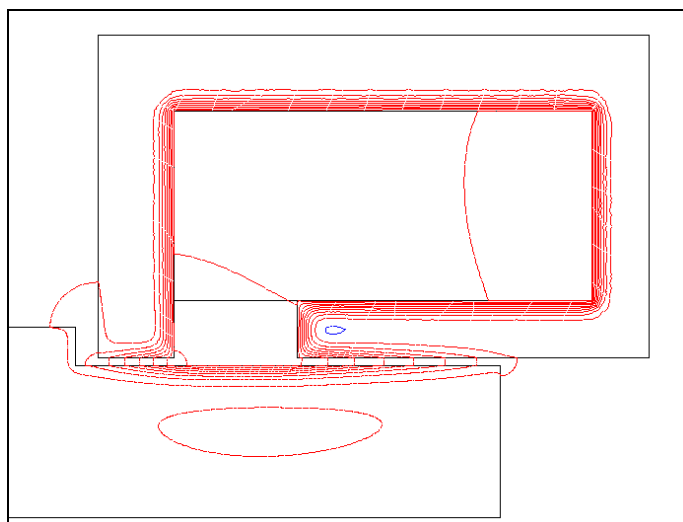


**Bild 5:** Ausschnitt des Stroms in der Wicklung

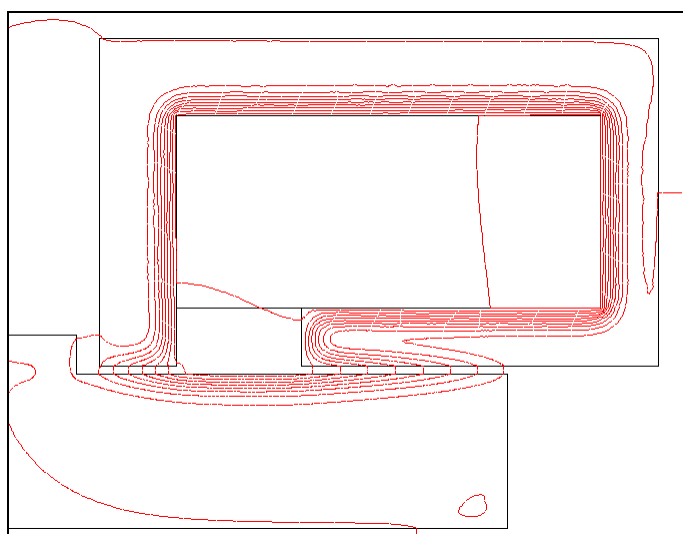
Auf den folgenden Seiten werden die magnetischen Flussdichte-Feldlinien, die magnetische Flussdichte und die Stromdichte zu den Zeitpunkten  $T=0.83s(I=0)$ ,  $0.88s(I=I_{max})$  und  $0.91s$  dargestellt. Zum Zeitpunkt  $t=0.83s$  ist der Strom in der Spule nahezu Null. Die magnetischen Feldlinien (Bild 6) schließen sich im wesentlichen um die Wirbelströme. Die magnetische Flussdichte (Bild 9) ist nicht an der Lagersoberfläche, sondern im Material am größten. In Bild 12 sind die Stromdichte und die magnetischen Flussdichte-Feldlinien gemeinsam in einer Grafik dargestellt. Die Stromdichte nimmt von der Farbe gelb (positive Stromdichte) zur Farbe blau hin (negative Stromdichte) ab. Die treibenden Wirbelstromquellen befinden sich an der Oberfläche des Lagers.



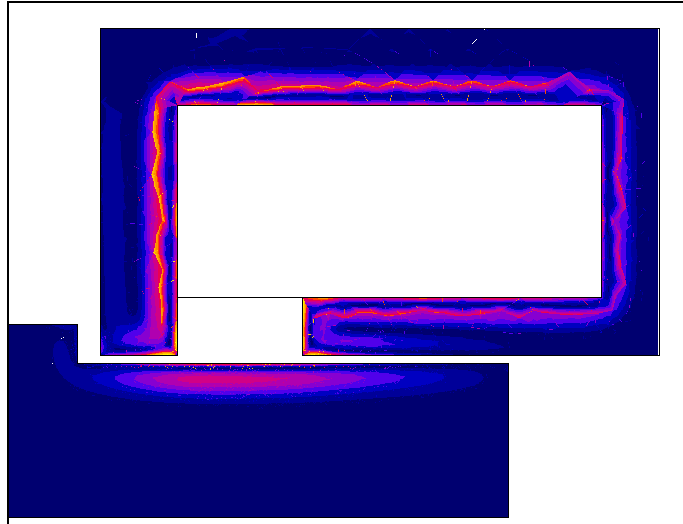
**Bild 6:** Magnetische Flussdichte-Feldlinien zum Zeitpunkt  $t=0.83$



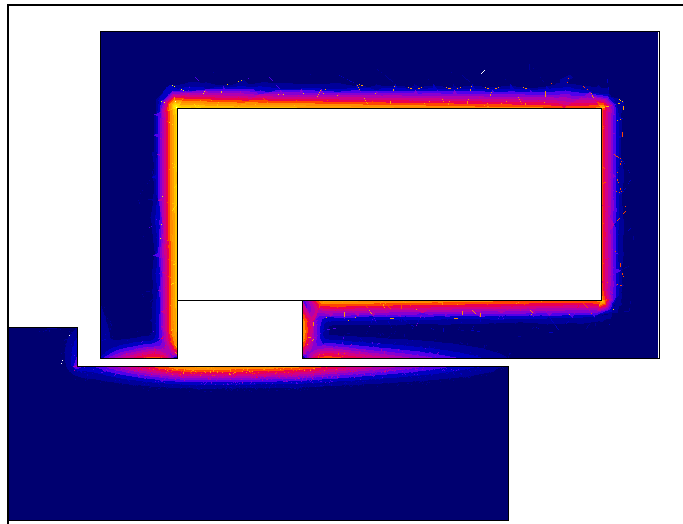
**Bild 7:** Magnetische Flussdichte-Feldlinien zum Zeitpunkt  $t=0.88$



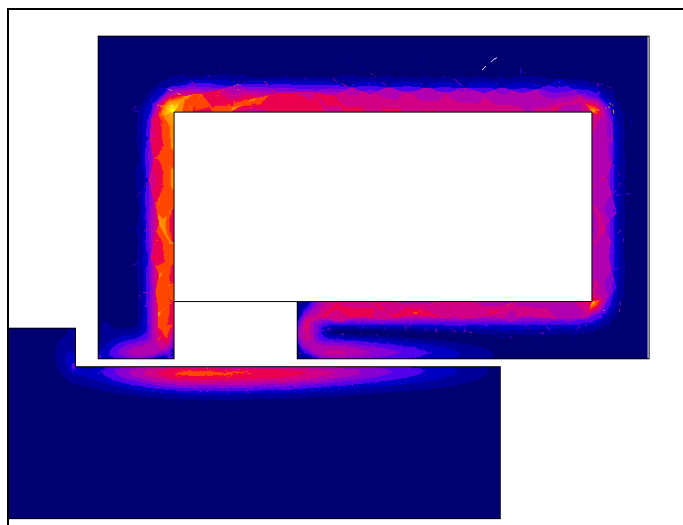
**Bild 8:** Magnetische Flussdichte-Feldlinien zum Zeitpunkt  $t=0.91$



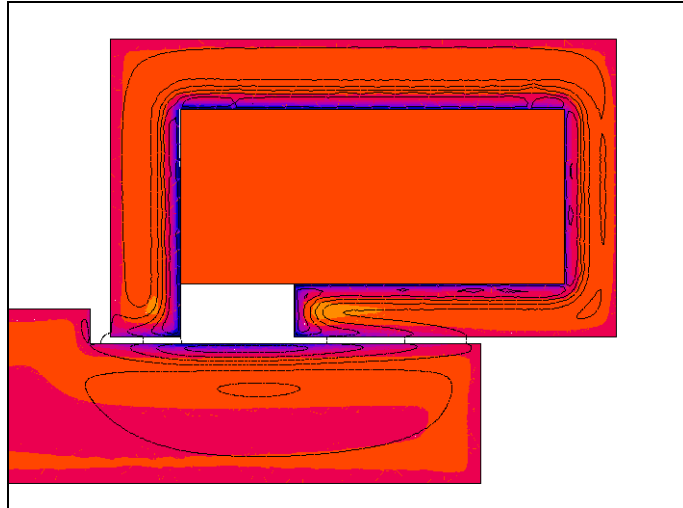
**Bild 9:** Magnetische Flussdichte zum Zeitpunkt  $t=0.83$



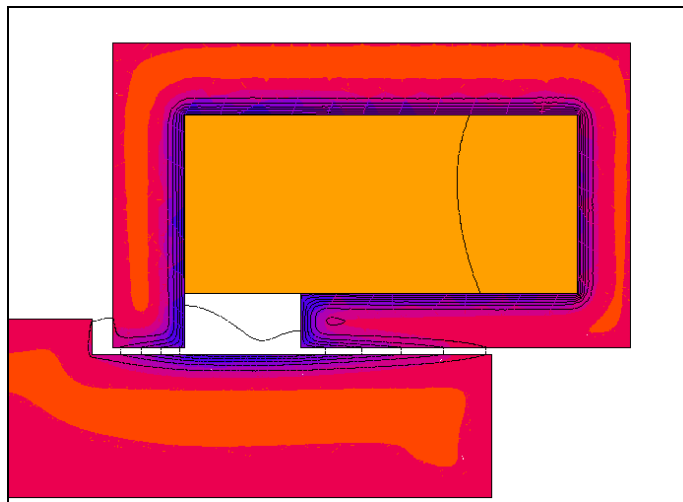
**Bild 10:** Magnetische Flussdichte zum Zeitpunkt  $t=0.88$



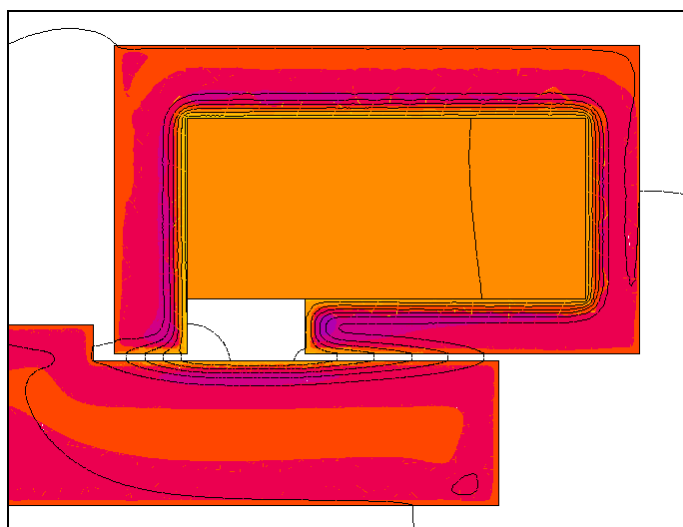
**Bild 11:** Magnetische Flussdichte zum Zeitpunkt  $t=0.91$



**Bild 12:** Stromdichte und magnetische Flussdichte-Feldlinien zum Zeitpunkt  $t=0.83$



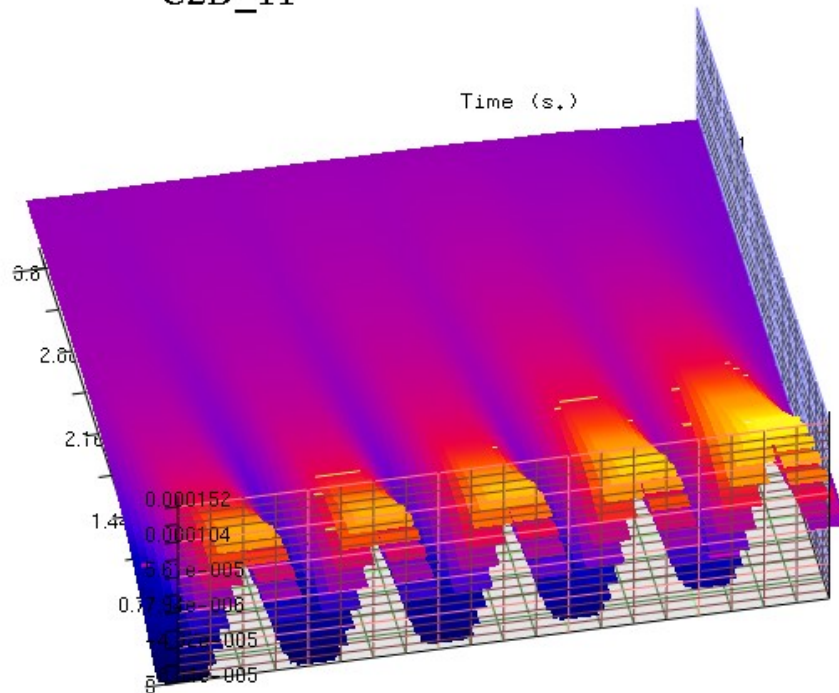
**Bild 13:** Stromdichte und magnetische Flussdichte-Feldlinien zum Zeitpunkt  $t=0.88$



**Bild 14:** Stromdichte und magnetische Flussdichte-Feldlinien zum Zeitpunkt  $t=0.91$

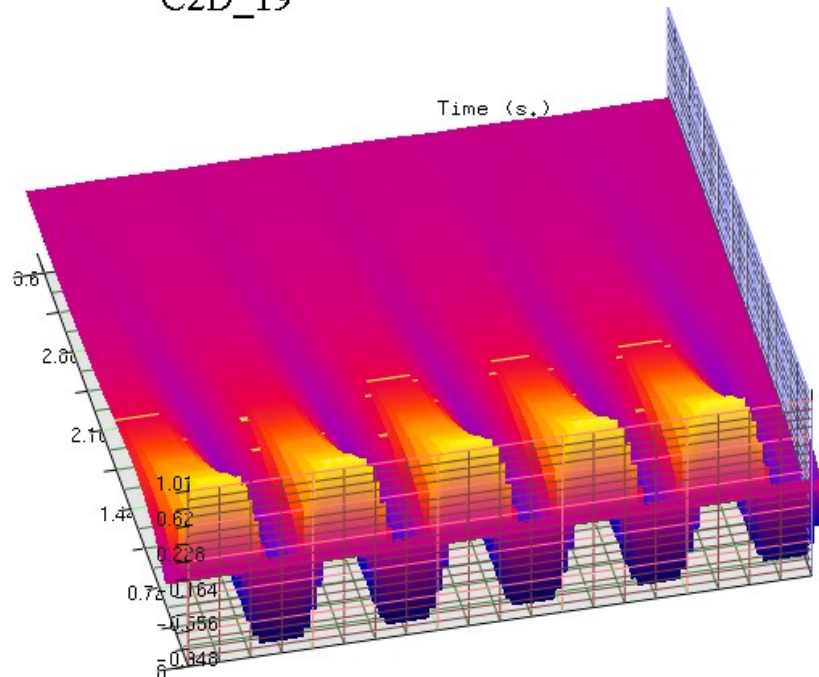


C2D\_11



**Bild 15:** Magnetische Flussdichte aufgetragen über Zeit und Pfad (Bild 2) in der Mitte der Scheibe

C2D\_19

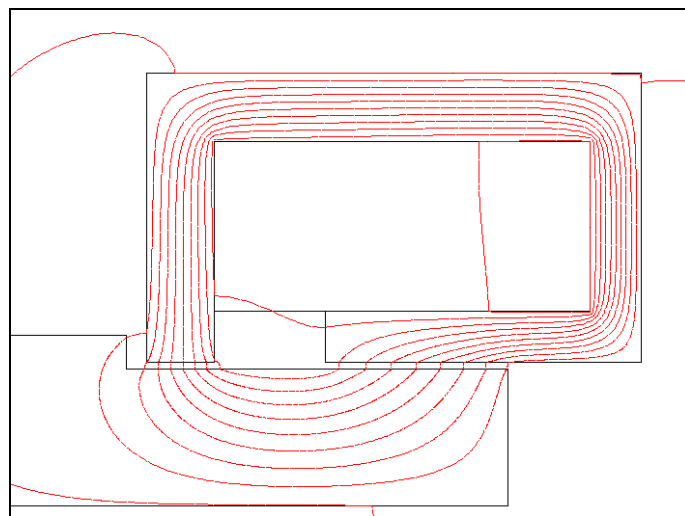


**Bild 16:** Stromdichte aufgetragen über Zeit und einen Pfad (Bild 2) in der Mitte der Scheibe

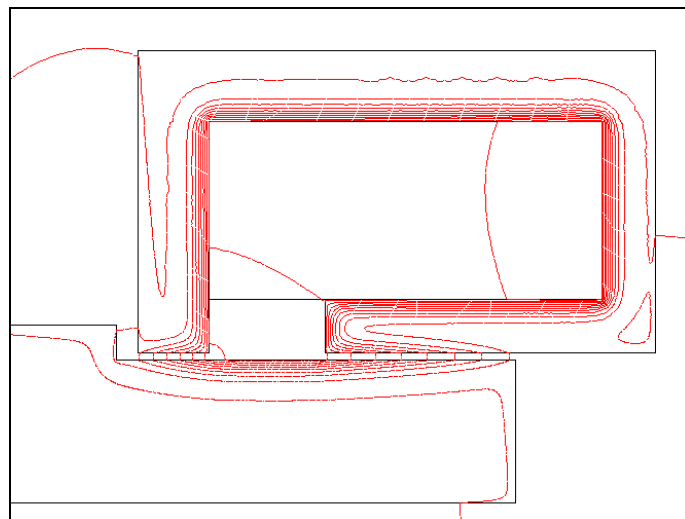
In den Bildern 15 und 16 sind die magnetische Flussdichte und die Stromdichte abhängig von der Zeit und der Tiefe der Scheibe aufgetragen. Man kann deutlich das exponentielle Abklingen der Welle im Material sowie die zeitliche Ausbreitung erkennen.

## FEM-Analyse der Sprungantwort

Ein wesentlicher Aspekt aktiver Magnetlager ist die dynamisch entwickelte Tragkraft. Daher wurde ein Spannungssprung aufgeschaltet und die Sprungantwort hinsichtlich Feldausbreitung und Kraftentwicklung analysiert. Der Spannungssprung wurde so gewählt, dass der magnetische Kreis ungesättigt ist. Das Ziel war es, möglichst keine örtlichen Randeffekte durch die Sättigung zu bekommen.



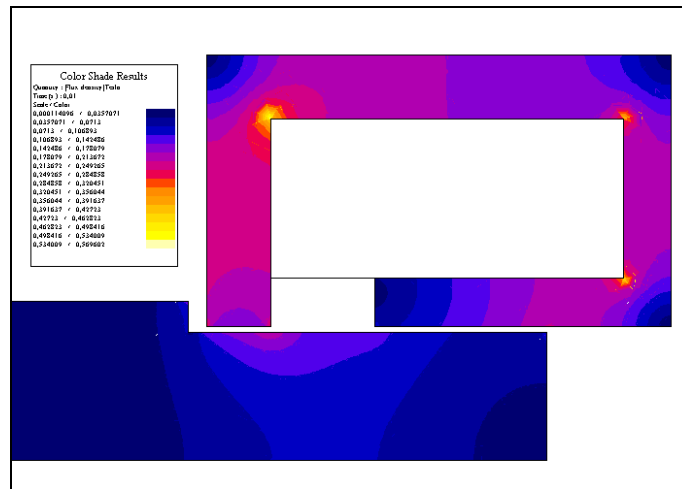
**Bild 17:** Magnetische Flussdichte-Feldlinien ohne Berücksichtigung der Wirbelströme



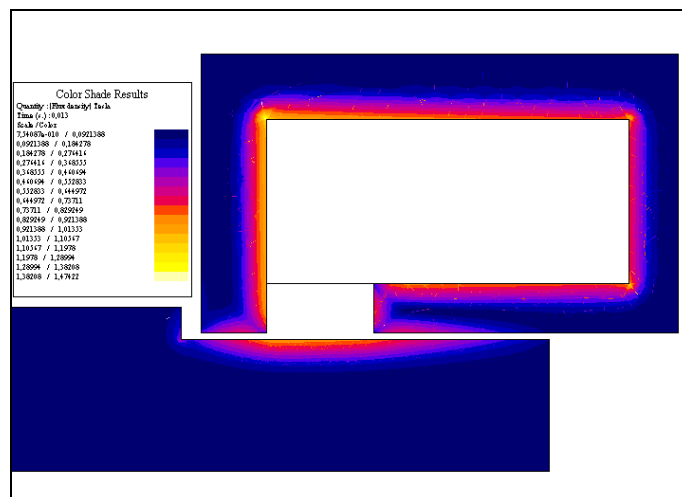
**Bild 18:** Magnetische Flussdichte-Feldlinien mit Berücksichtigung der Wirbelströme

In Bild 17 und 18 sind die Felddiagramme kurz nach der Aufschaltung eines Spannungssprungs ( $t=0.01s$ ) dargestellt. Die Darstellung in Bild 17 zeigt den Feldlinienverlauf ohne Berücksichtigung der Wirbelströme im magnetisch leitfähigen Material. In Bild 18 ist hingegen deutlich der Einfluss der Wirbelströme zu sehen. Der Wirbelstromeinfluss ist auch bei der magnetischen Flussdichte (Bild 19 und 20) genau zu erkennen. Bild 21 zeigt die

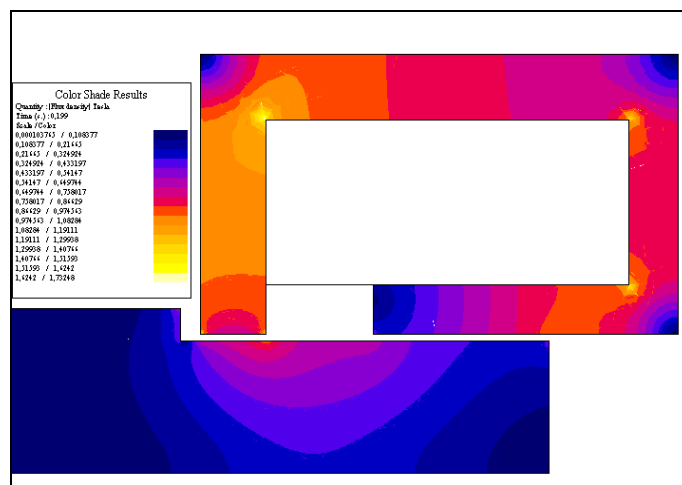
magnetische Flussdichteverteilung im eingeschwungenen Zustand, wenn die Wirbelströme abgeklungen sind.



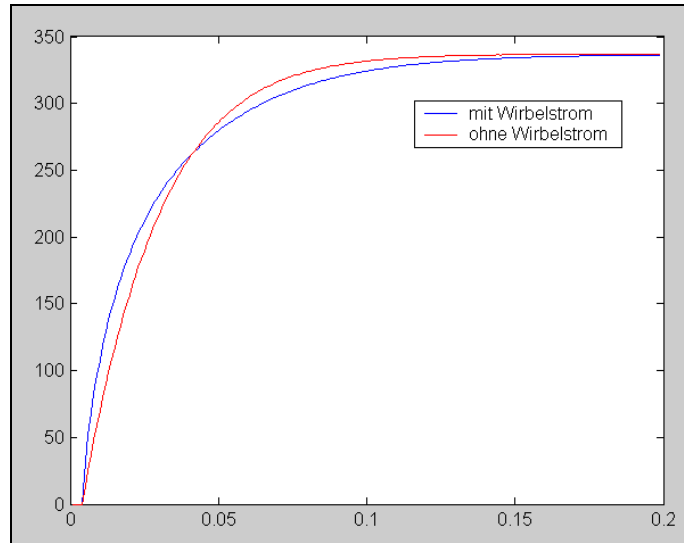
**Bild 19:** Magnetische Flussdichte ohne Berücksichtigung der Wirbelströme (t=0.01)



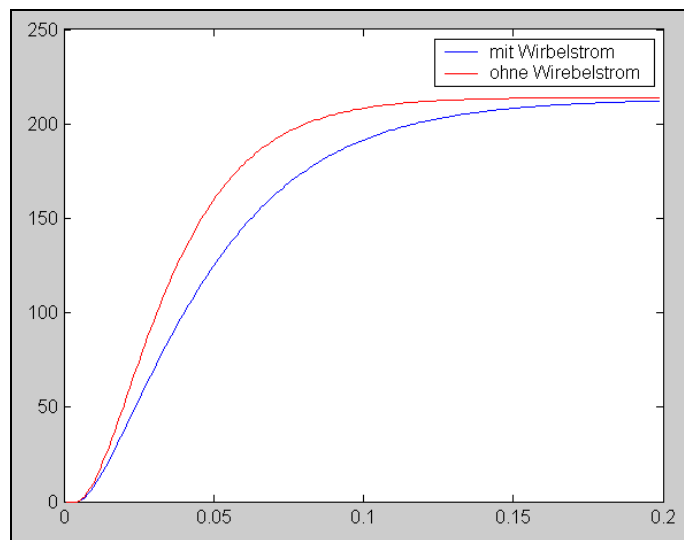
**Bild 20:** Magnetische Flussdichte mit Berücksichtigung der Wirbelströme (t=0.01)



**Bild 21:** Magnetische Flussdichte ohne/mit Berücksichtigung der Wirbelströme (t=0.199) (stationärer Feldzustand)



**Bild 22:** Stromsprungantwort



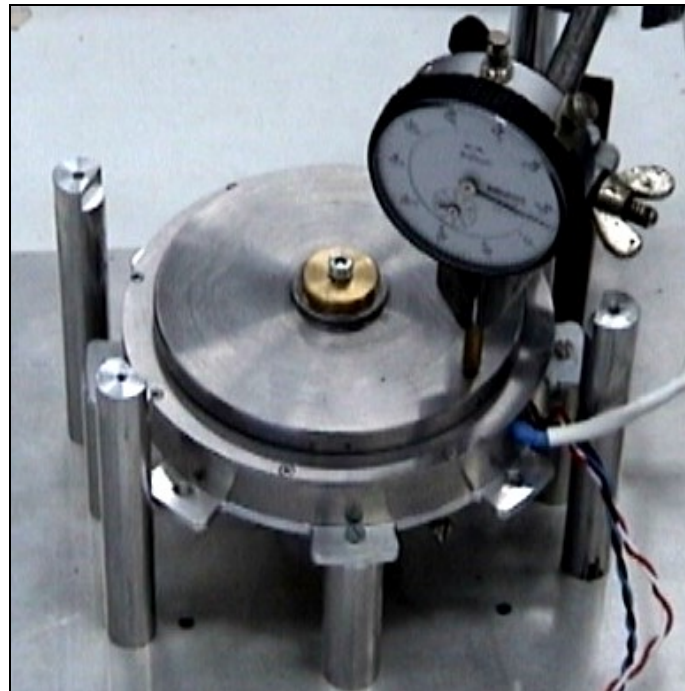
**Bild 23:** Zugkraft auf die Scheibe mit und ohne Wirbelstrom

In Bild 22 ist die Stromsprungantwort dargestellt. Die Stromanstiegsgeschwindigkeit des Wirbelstrommodells ist größer. Durch die Ausbildung der Wirbelströme wird ebenfalls die magnetische Zugkraft (Bild 23) reduziert.

## Experimentelle Ergebnisse an einem axialen Magnetlager

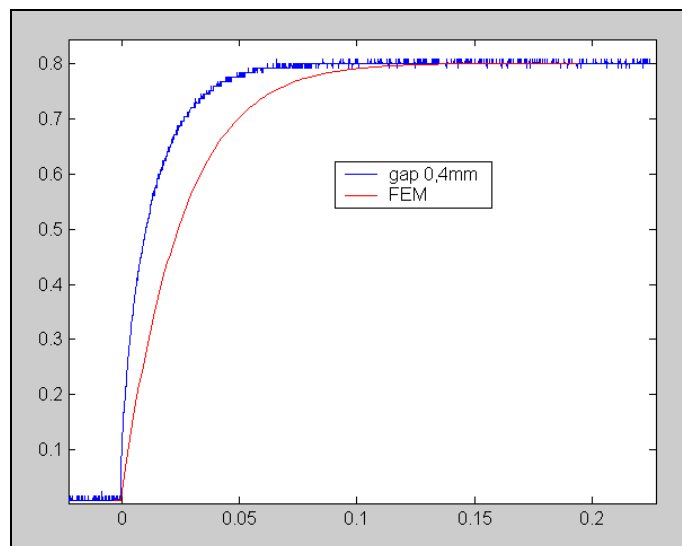
Anhand von Messungen wurden obige Rechnungen an einem Magnetlagerantrieb überprüft. Hierzu wurde die Axialscheibe des Magnetlagers in einem definierten Luftspaltabstand fixiert und ein Spannungssprung aufgeschaltet. Mit Hilfe von Abstandsmesssensoren und einer mechanischen Meßuhr wurde der Luftspalt kontrolliert. Der Strom wurde mit Hilfe einer Stromzange gemessen.

Der Versuchsaufbau ist in Bild 24 zu sehen.



**Bild 24:** Messaufbau des Axiallagers

In Bild 25 ist der Vergleich der Messung sowie der FEM-Analyse bei 0.4 mm Luftspalt gegenüber gestellt.



**Bild 25:** Vergleich Messung und FEM Berechnung

Da es leider keine exakte Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung gibt, werden zur Zeit weitere Untersuchungen durchgeführt.

## **Fazit**

Die Untersuchung hat ergeben, dass die dynamisch zur Verfügung stehende magnetische Kraft bei ungeblechten Systemen auf Grund der Wirbelströme wesentlich kleiner ist als bei geblechten Systemen. Durch die geringe Eindringtiefe des magnetischen Feldes kann es örtlich zu hoher magnetischer Sättigung kommen. Dies führt gleichzeitig zu einer größeren Verlustleistung im Eisen und somit zu einer stärkeren Erwärmung. Die genauere Ermittlung der Stromanstiegszeitkonstanten erlaubt eine gute Vorausberechnung der Stromrippel, die sich bei Pulsbreitensteuerung abhängig von der Pulsfrequenz bzw. Pulsbreite einstellen.

Die Messungen zeigen größere Abweichungen von der Berechnung. Im einzelnen ist noch zu klären, ob dies am mechanischen Aufbau, den Werkstoffparametern oder dem zu Grunde gelegten Berechnungsverfahren liegt.

***Der Beitrag in Farbe (.pdf) und einige Videofilme können von den unten angegebenen Seiten heruntergeladen werden.***

Literatur:

[1] Rüdénberg, Reinhold: Elektrische Schaltvorgänge. 5. Aufl., Berlin: Springer Verlag 1974

[2] Kúpfmüller, Karl: Einführung in die theoretische Elektrotechnik. 13. Aufl., Berlin: Springer Verlag 1990

[3] FLUX 2D /3D Software, Cedrat 10 Chemin de Pré Carré – Zirst, 38246 MEYLAN Cedex France. Industrievertretung Deutschland : IST GmbH