# Sensorlose Flussdichteregelung für axiale Magnetlager auf Basis fraktionaler Systeme

Robert Seifert\* und Wilfried Hofmann

Technische Universiät Dresden, Elektrotechnisches Institut Helmholtzstraße 9, 01062 Dresden, Germany, \*Robert.Seifert@tu-dresden.de

Kurzfassung-Typischerweise wird die Rotorposition aktiver Magnetlager mit einer Lageregelung mit unterlagerter Stromregelung geregelt. Dieser Ansatz erreicht jedoch insbesondere bei axialen Magnetlagern mit massivem Kern seine Grenzen, da Wirbelströme und Sättigungserscheinungen im Magnetkreis eine Diskrepanz zwischen den messbaren und kraftbildenden Spulenströmen hervorrufen. Die in der Folge erhebliche Verminderung der Lagersteifigkeit kann durch eine alternative Flussdichteregelung vermieden werden, da so unmittelbar die kraftbildende Komponente gestellt wird. In diesem Artikel stellen wir eine Regelungsvariante auf Basis eines fraktionalen Flussdichteschätzers vor, der ohne zusätzliche Sensorik auskommt und sich somit auch für bestehende Systeme implementieren lässt. Anhand von berechneten Frequenzgängen zeigen wir das große Verbesserungspotenzial dieser neuen Variante in Bezug auf Regelgüte und Stabilität im Vergleich zu einer klassischen Lageregelung mit unterlagerter Stromregelung.

Stichwörter—Aktive Magnetlager, Wirbelströme, Fraktionale Systeme, Flussdichteregelung, Kaskadenregelung

#### I. Einleitung

Aktive Magnetlager mit unterlagerter Flussdichteregelung sind seit einigen Jahrzehnten in der Forschung von Interesse [1]. Sie zeichnen sich durch eine höhere Kraftdynamik und ein robusteres Regelverhalten aus, da im Gegensatz zu einer klassischen unterlagerten Stromregelung mit der Flussdichte unmittelbar die kraftbildende Komponente des Systems geregelt wird. Störende Einflüsse, wie Wirbelströme und Sättigung, haben somit keinen direkten Einfluss auf die Regelung. Flussdichtesensoren können zudem platzsparend integriert werden und erlauben den Verzicht auf Lagesensorik. Die einhergehende Reduzierung des Bauraums sowie der Länge von Lager und Welle erhöht die Rotoreigenfrequenzen und verbessert potentiell die Rotordynamik. Trotz der zahlreichen Vorteile, konnte sich das Konzept der unterlagerter Flussdichteregelung bisher nicht in der Praxis durchsetzen. Gründe dafür sind vor allem die großen Sensordicken von handelsüblichen Hall-Sensoren von ca. 500 µm und das Fehlen einer unmittelbaren Schutzfunktion des Stellglieds durch eine Strombegrenzung im Regelkreis.

An der TU Dresden wird in Zusammenarbeit mit dem Leibniz-Institut IWF bereits an ultradünner Hall-Sensorik mit ca. 100  $\mu$ m Dicke geforscht [2], die sich in das für Magnetlager typische Fanglagerspiel von 200...300  $\mu$ m integrieren lässt. Die ersten Ergebnisse sind vielversprechend, insbesondere in Bezug auf Linearität und Temperaturbeständigkeit der Sensoren, allerdings sind die Signalstärken mit 0,3 V/(AT) noch sehr gering und die mechanische Belastbarkeit unzureichend.

Im Falle eines magnetischen Axiallagers tritt jedoch noch ein weiteres, aktuell nicht lösbares Problem auf:



Abb. 1. 5–achsige Magnetlagerung aus Kombilager und Unipolarlager: jeweils homopolarer PM-Vormagnetisierungsfluss  $\Phi_v$  und heteropolarer Steuerfluss  $\Phi_x$  (außer  $\Phi_A$ ); Kraftbildung in gegenüberliegenden Luftspalten nach Differenzprinzip

Aufgrund der Feldverdrängung im angrenzenden massiven Eisenkern, kann auch im Luftspalt nicht von einem homogenen Luftspaltfeld ausgegangen werden [3]. Es ist somit nicht möglich, anhand einer punktuell gemessenen Flussdichte auf den kraftproportionalen magnetischen Gesamtfluss zu schließen. Daher möchten wir in diesem Artikel eine alternative, sensorlose Flussdichteregelung für das Axiallager vorstellen.

Aufbauend auf einem fraktionalen Flussdichteschätzer, der in Echtzeit die Flussdichte aus dem messbaren Spulenstrom berechnet, lässt sich diese Flussdichteregelung ( $B_{\rm EST}$ -Regelung) auch auf bestehende Magnetlager ohne konstruktive Veränderungen anwenden. Der Begriff "fraktional" leitet sich aus den bestimmten Eigenschaften der Systemübertragungsfunktion ab, welche die Laplace– Variable *s* mit gebrochenem (fraktionalem) Exponenten  $\gamma$  aufweist [4].

Während wir in Vorarbeiten bereits ausführlich auf die Herleitung des Flussdichteschätzers [5] und die Auslegung des inneren Regelkreises [6] eingegangen sind, zeigt dieser Artikel das Verbesserungspotenzial einer unterlagerten Flussdichteregelung für die überlagerte Lageregelung auf. Mit Hilfe einer dynamischen Reglerausgangsbegrenzung im inneren Regelkreis ermöglichen wir zudem eine effektive Strombegrenzung auch im Falle einer Flussdichteregelung.



Abb. 2. Klassische Lageregelung mit unterlagerter Stromregelung unter der Annahme  $i_{\mu h} = i_{mess}$  und  $L_{eff}(\omega) = L_h = konst. - N$ : Windungszahl,  $A_g$ : Luftspaltquerschnitt,  $T_i$ ,  $V_i$ : Zeitkonstante, Verstärkung des Stellglieds,  $R_{Cu}$ : Spulenwiderstand,  $m_r$ : Rotormasse

#### II. VERSUCHSAUFBAU UND STAND DER TECHNIK

In Abb. 1 ist eine beliebte Variante einer 5–achsigen Magnetlagerung dargestellt, die sich durch ihre Kompaktheit und die ausschließlich passive Vormagnetisierung auszeichnet. Dabei handelt es sich um Heteropolar– Lager mit homopolarer Vormagnetisierung  $\Phi_v$  (auch *Unipolarlager* genannt), wobei die linke Lagerseite des einen Lagers durch ein Axiallager ersetzt wurde (daher *Kombilager*).

Allen Achsen ist gemeinsam, dass sich Steuer- und Vormagnetisierungsfluss in den gegenüberliegenden Luftspalten jeweils entweder addieren oder subtrahieren (Differenzprinzip) und sich so ein quasi–linearer Zusammenhang zwischen der Kraft F und dem Steuerfluss  $\Phi_x$  erreichen lässt. In der Standardliteratur [7] wird zudem angenommen, dass sich auch der Steuerstrom  $i_x$  proportional zu Kraft und Steuerfluss verhält:

Annahme: 
$$F \sim \Phi_{\rm x} \sim i_{\rm mess}$$
 mit  $\Phi_{\rm x} = \frac{L_{\rm h}}{N} \cdot i_{\rm mess}$ , (1)

wobei die Umrechnung über die gemeinhin als konstant angenommene Hauptinduktivität  $L_h$  und die Windungszahl N erfolgt. Diese Annahme gilt jedoch nur unter der Vernachlässigung sämtlicher Wirbelströme im Magnetkreis und somit nur für geblechte Kerne in einem beschränkten Frequenzbereich. Die Bandbreite der Lageregelung geblechter Radiallager liegt jedoch i. d. R. darunter, womit die Annahme als hinreichend angesehen werden kann.

Bei ungeblechten Axiallagern wirkt statt der Hauptinduktivität in Gl. 1 vielmehr die sogenannte *effektive Induktivität*  $L_{eff}$  [6] (auch *eddy–inductance* [8]):

$$F \sim \Phi_{\rm x} \nsim i_{\rm mess}$$
 mit  $\Phi_{\rm x} = \frac{L_{\rm eff}(\omega)}{N} \cdot i_{\rm mess}$ , (2)

welche die wirbelstrombedingte Feldverdrängung im Kern und damit Dämpfung der Induktivität berücksichtigt. Die Beziehung in Gl. 1 gilt weiterhin, jedoch für den kraftbildenden Strom  $i_{\mu h}$ :

$$F \sim \Phi_{\rm x} \sim i_{\mu \rm h}$$
 mit  $\Phi_{\rm x} = \frac{L_{\rm h}}{N} \cdot i_{\mu \rm h}$ . (3)

Anhand der in Abb. 2 dargestellten klassischen Lageregelung mit unterlagerter Stromregelung [7] (X–I–Regelung) wird deutlich, wie die Annahme einer konstanten Induktivität in Gl. 1 zu einer Diskrepanz zwischen dem kraftbildenden Sollstrom  $i_{uh}^*$  am Ausgang des Lagereglers



Abb. 3. Frequenzgang des offenen und geschlossenen Regelkreises einer klassischen Stromregelung unter Vernachlässigung von Wirbelströmen und der Annahme  $i_{\text{mess}} = i_{\mu h}$  im Vergleich zum realen Frequenzverhalten des Axiallagers. Der angenommene Verlauf entspricht dem Verhalten mit Flussdichteschätzer in Abschnitt V.

sowie dem gemessenen Strom  $i_{mess} = i_{\mu h} + i_{\mu w}$  führt. Der unberücksichtigte Anteil  $i_{\mu w}$  ist der zusätzliche Magnetisierungsstrom, proportional zur Wirbelstromdichte  $J_w$  im Kern, der aus der dortigen Feldverdrängung resultiert [6]. Das Frequenzverhalten in Abb. 3 zeigt, dass die reale 3dB–Grenzfrequenz des inneren geschlossenen Regelkreises mit lediglich 15 Hz eine Zehnerpotenz unter dem angenommenen Wert liegt. In diesem Frequenzbereich hat das erhebliche Auswirkungen auf die überlagerte Lageregelung, wie wir in Abschnitt V erörtern.

Streuflüsse sind aufgrund ihres vergleichsweise geringen Einflusses in diesem Artikel vernachlässigt. Sie können als konstanter Streuflussfaktor  $k_{\text{Streu}}$  vor der Windungszahl N oder als Störgröße in der Regelung berücksichtigt werden.

# III. Flussdichteregelung mit fraktionaler Flussdichteschätzung

Der Fokus des Artikels liegt ausschließlich auf der Regelung des Axiallagers, da sich dort Flussdichtesensoren nicht sinnvoll einsetzen lassen und die Wirbelströme bereits bei Frequenzen von wenigen Hertz einen Einfluss haben. Um dennoch eine Kompensation der Wirbelströme



Abb. 4. Lageregelung mit unterlagerter Flussdichteregelung und fraktionalem Flussdichteschätzer — N: Windungszahl,  $A_g$ : Luftspaltquerschnitt,  $T_i$ ,  $V_t$ : Zeitkonstante, Verstärkung des Stellglieds,  $R_{Cu}$ : Spulenwiderstand,  $m_r$ : Rotormasse

vornehmen zu können, haben wir in Vorarbeiten ([5, 6]) einen sogenannten *fraktionalen Flussdichteschätzer* vorgestellt. Dabei handelt es sich um einen Filter hoher Ordnung, der die effektive Induktivität  $L_{\rm eff}(\omega)$  abbildet und damit den funktionalen Zusammenhang in Gl. 2 – zwischen dem messbaren Strom  $i_{\rm mess}$  und der kraftbildenden mittleren Flussdichte  $B_{\rm x} = B_{\rm est} = \Phi_{\rm x}/A_{\rm g}$  – für eine Magnetlagerregelung nutzbar macht:

$$G_{\rm FE}(s) = \frac{B_{\rm x}(s)}{i_{\rm mess}(s)} = \frac{L_{\rm eff}(s)}{N \cdot A_{\rm g}} = \frac{N/A_{\rm g}}{\mathcal{R}_{\rm eff}(s)}, \qquad (4)$$

wobei  $A_g$  die aktive Luftspaltfläche darstellt. Die *effektive Reluktanz*  $\mathcal{R}_{eff}(s)$  ist die Summe aller Teilreluktanzen der einzelnen Magnetkreiselemente des Axiallagers, welche sich auf Basis der Diffusionsgleichung berechnen lassen [5] (vgl. Abschnitt III-A).

Die Kompensation der Wirbelströme erfolgt in der inneren Regelschleife und somit dort wo sie physikalisch auftreten. Die überlagerte Lageregelung (Abb. 4) bleibt unangetastet. Damit unterscheidet sich unser Ansatz wesentlich von Vorschlägen aus der Literatur [9], wo die Wirbelströme in Form eines frequenzabhängigen Kraft–Strom-Faktors  $k_i(\omega)$  abgebildet werden. Auf diese Weise verschwimmen die physikalischen Zusammenhänge und der wesentlich langsamere Lageregler muss die Wirbelströme kompensieren. Dies ist jedoch nur durch die herausfordernde Anwendung *fraktionaler Regler* [10, 11] möglich.

#### A. Fraktionaler Flussdichteschätzer

Die für den Flussdichteschätzer benötigte effektive Induktivität  $L_{\text{eff}}(\omega)$  kann sowohl numerisch auf Basis empirischer Daten ermittelt werden [12], als auch analytisch unter Kenntnis der Material- und Geometriedaten des Lagers. Den analytischen Weg möchten wir hier kurz illustrieren, für eine detaillierte Herleitung sei jedoch auf [5] verwiesen.

# A.1 Analytisches Modell

In einem ersten Schritt, wird die Axiallagergeometrie so in einzelne Teilabschnitte unterteilt, dass diese nur noch eindimensional vom Hauptfluss durchsetzt werden. In Abb. 1 ist das beispielhaft für die radiale Reluktanz  $\mathcal{R}_{r}$  gezeigt. Für jeden dieser Teilabschnitte lässt sich die Diffusionsgleichung für harmonische Größen

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\underline{\vec{B}}) = -j\omega\kappa\mu_0\mu_r\underline{\vec{B}} = -\underline{\alpha}^2\underline{\vec{B}}$$
(5)

lösen, wobei sich die komplexe Wellenausbreitungskonstante  $\underline{\alpha} = \sqrt{j\omega\kappa\mu}$  aus der komplexen Kreisfrequenz j $\omega$ , der als konstant angenommenen Permeabilität  $\mu = \mu_0\mu_r$ und der elektrischen Leitfähigkeit  $\kappa$  zusammensetzt. Den auf die Durchflutung  $\Theta$  bezogenen Gesamtfluss  $\Phi_r$  durch das Element erhält man durch Integration der resultierenden Flussdichte <u>B</u> über den Querschnitt  $A_r = f(\lambda_r, r_i, r_a)$  mit der axialen Elementlänge  $\lambda_r$  sowie dessen Innen- und Außenradius  $r_i$ ,  $r_a$ . Nach Übergang in den Laplace–Bereich führt der Quotient  $\mathcal{R}_r = \Theta/\Phi_r$ direkt zu einer transzendenten Funktion für die Reluktanz  $\mathcal{R}_r$  [3]:

$$\mathcal{R}_{\rm r}(s) = \mathcal{R}_{0\rm r}(s) \frac{\sqrt{sT_{\rm er}}}{\tanh(\sqrt{sT_{\rm er}})} \quad {\rm mit} \quad \mathcal{R}_{0\rm r}(s) = \frac{\ln\frac{7s}{r_2}}{2\pi\mu\lambda_{\rm r}}.$$
 (6)

Die Wirbelstromgrenzfrequenz  $f_{er} = 1/(2\pi T_{er})$ , indirekt proportional zur Wirbelstromzeitkonstante

$$T_{\rm er} = \frac{1}{4} \lambda_{\rm r}^2 \pi \mu \kappa \,, \tag{7}$$

r

beschreibt die Frequenz, ab der die Feldverdrängung im Kern signifikant zunimmt und die Reluktanz  $\mathcal{R}_{r}(s)$  mit 10 dB/Dek deutlich über ihren stationären Wert  $\mathcal{R}_{0r}(s)$ ansteigt.

Andere Kernelemente weisen vergleichbare transzendente Funktionen auf, wie die modifizierten Besselfunktionen I<sub>v</sub> und K<sub>v</sub>. Allen gemeinsam ist das Auftreten der Laplace–Variable  $s^{\gamma}$  mit der Ordnung  $\gamma = 1/2$  oder 1/4. Diese *fraktionalen Systeme* (FO–Systeme) sind eine Verallgemeinerung gewöhnlicher linearer zeitinvarianter Systeme, die weiterhin deren Kerneigenschaften aufweisen. So führt z. B. ein  $s^{1/2}$ –Glied zu einem Anstieg von  $1/2 \cdot 20 \,\text{dB}$  und einer Phasenverschiebung von  $1/2 \cdot 90^{\circ}$ . *A.2 Approximation* 

Die effektive Induktivität  $L_{\text{eff}}(s)$  und damit der Flussdichteschätzer  $G_{\text{FE}}(s)$  setzen sich aus der Summe aller Teilreluktanzen  $\mathcal{R}_i$  des Kerns zusammen:

$$L_{\text{eff}}(s) = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{\text{eff}}(s)} \quad \text{mit} \quad \mathcal{R}_{\text{eff}}(s) = \sum_i \mathcal{R}_i(s) \,. \tag{8}$$

Damit diese sinnvoll aufaddiert werden können, muss die transzendente Funktion (6) in eine rationale Funktion der Form

$$G_{\mathcal{R}i}(s) = K \frac{p_0 + p_1 s^1 + \dots + p_m s^m}{q_0 + q_1 s^1 + \dots + q_n s^n} \,. \tag{9}$$

überführt werden [5], was durch eine Kettenbruchentwicklung (KBE) des Tangens-Hyperbolicus aus Gl. 6 möglich ist [13]. Für die meisten Elemente  $\mathcal{R}_i$  kann eine entsprechende KBE die transzendente Funktion exakt abbilden, jedoch nur bis zu einer bestimmten Grenzfrequenz  $f_A$ , welche davon abhängt, nach welchem Glied *m* der Kettenbruch abgebrochen wird. Für den 15NiCr13-Stahl unseres Beispiellagers und eine gewünschte Approximations-Grenzfrequenz von 21,3 kHz (entspricht der Schaltfrequenz) sind je nach Magnetkreiselement Polynom-Ordnungen *m* zwischen 13 und 30 notwendig [5]. Die Summe  $\sum_i \mathcal{R}_i(s)$ 

$$\mathcal{R}_{\text{eff}}(s) = \sum_{i} \mathcal{R}_{i}(s) = \frac{\alpha_{0} + \alpha_{1}s^{1} + \dots + \alpha_{m_{\Sigma}}s^{m_{\Sigma}}}{1 + \beta_{1}s^{1} + \dots + \beta_{n_{\Sigma}}s^{n_{\Sigma}}}, \quad (10)$$

hat für unser Beispiel die impraktikable Ordnung  $m_{\Sigma} = 137$ , welche jedoch durch eine nachfolgende Padé– Approximation (PASR – Padé–Approximation der Summe der Reluktanzen) auf  $m_{\mathcal{P}} = 51$  erheblich reduziert werden kann. Da dies auch der späteren Filterordnung des zu implementierenden Flussdichteschätzers entspricht, sind jedoch immer noch Abtastraten  $f_{\text{sample}}$  von mind. 100 kHz notwendig (5 Abtastwerte/Schaltperiode). Orientieren wir uns mit der Approximations–Grenzfrequenz  $f_A$  eher an der 3dB–Grenzfrequenz des inneren Regelkreises (vgl. Abb. 3) und wählen  $f_A = 1,5$  kHz, so verringern sich die Ordnungen auf  $m_{\Sigma} = 63$  bzw.  $m_{\mathcal{P}} = 25$ .

Eine Alternative stellt die Matsuda–Approximation eines äquivalenten impliziten FO–Systems (MAEIS) dar. Dazu werden, wie in [5] analytisch dargelegt, die stationären Reluktanzanteile  $\mathcal{R}_{0i}$  und Wirbelstromzeitkonstanten  $T_{ei}$  der jeweiligen Kernelemente der Ordnung 0 (con: Eckelemente), 1/2 (core: radiale und axiale Kernelemente) und 1/4 (gap: Luftspalte) zusammengefasst:

$$\mathcal{R}_{\text{EIS}}(s) = \mathcal{R}_{0\,\text{con}} + \mathcal{R}_{0\,\text{gap}}(1 + sT_{e\,\text{gap}})^{\frac{1}{4}} + \mathcal{R}_{0\,\text{core}}(1 + sT_{e\,\text{core}})^{\frac{1}{2}} . \quad (11)$$

Die Terme  $(1 + sT)^{\gamma}$  werden als implizites FO-System nach [14] bezeichnet und können mit einer abgewandelten Form [6] einer von Matsuda [15] begründeten Approximation ebenfalls als rationale Funktion (Gl. 10) angenähert werden. Die Approximations–Grenzfrequenz  $f_A$  und Ordnung *m* sind in diesem Fall frei wählbar. Obwohl die Abbildungsgenauigkeit mit steigendem Verhältnis  $f_A/m$  deutlich abnimmt, lassen sich auch mit niedrigen Ordnungen *m* zwischen 9 und 25 noch brauchbare bis sehr gute Approximationsergebnisse erzielen (Abb. 5).

Wie der Vergleich der Varianten in Abb. 5 zeigt, weist die MAEIS gegenüber der PASR keine nennenswerten Nachteile auf und ist zudem einfacher zu berechnen. Dies gilt für alle Luftspalt–dominierten Aktoren, wie Magnetlager, da für die transzendente Lösung der Luftspaltreluktanz keine direkte rationale Approximation existiert, sondern ohnehin eine Zwischenapproximation mit einem impliziten FO-System stattfinden muss [5]. Nur für den Fall, dass die stationäre Kernreluktanz  $\mathcal{R}_{0 \text{ core}}$ gegenüber der Luftspaltreluktanz  $\mathcal{R}_{0 \text{ gap}}$  dominiert, liefert die PASR eine genauere Approximation.



Abb. 5. Frequenzgang der effektiven Reluktanz  $\mathcal{R}_{\rm eff}$  für die beiden Approximationen PASR und MAEIS im Vergleich: Relativer Amplitudenfehler  $\Delta R_{\rm m}/dB$ , absoluter Phasenfehler  $\Delta \varphi /^{\circ}$  — Material: 15NiCr13 ( $\mu_{\rm r} = 880$ ,  $\kappa = 5 \,{\rm MS} \,{\rm m}^{-1}$ ), Geometrie: aus [5]

In der nachfolgenden Parametereinflussanalyse wird die MAEIS verwendet: für das Streckenmodell mit der Ordnung  $m_{\Sigma} = 35$  (gewählte Approximations–Grenzfrequenz:  $f_{\rm A} = 100$  kHz) und für den Flussdichteschätzer  $m_{\Sigma} = 25$  ( $f_{\rm A} = 21,3$  kHz).

#### IV. MAGNETLAGERREGELUNG

Die Auslegung des inneren Regelkreises erfolgt nach dem Betragsoptimum

$$G_{\mathrm{R}\,i|\mathrm{B}}(s) = \underbrace{\frac{T_{\mathrm{N}\,i|\mathrm{B}}}{2V_{\mathrm{S}\,i|\mathrm{B}}T_{\sigma}}}_{K_{\mathrm{R}\,i|\mathrm{B}}} \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_{\mathrm{N}\,i|\mathrm{B}}}\right), \qquad (12)$$

wobei für die Nachstellzeit  $T_{\text{Ni}|\text{B}}$  die große Streckenzeitkonstante  $T_{\text{h}} = L_{\text{h}}/R_{\text{Cu}}$  gewählt wird. Die kleine Streckenzeitkonstante  $T_{\sigma}$  entspricht bei der quasikontinuierlichen Auslegung eines digitalen Reglers der doppelten Stellgliedzeitkonstante (Kehrwert der Abtastfrequenz)  $T_{\sigma} = 2T_{\text{t}} = 2/f_{\text{sample}}$ . Lediglich die Streckenverstärkung unterscheidet sich bei Strom- und Flussdichteregelung:

$$V_{\rm S\,i} = \frac{1}{R_{\rm Cu}} V_{\rm t}$$
 bzw.  $V_{\rm S\,B} = \frac{1}{R_{\rm Cu}} \frac{L_{\rm h}}{NA_{\rm g}} V_{\rm t}$ . (13)

Im Falle der Flussdichteregelung ist auch eine Reglerauslegung nach dem symmetrischen Optimum sinnvoll, da so Hysterese–Effekte kompensiert und die starken Stromanstiege vermindert werden können [6]. Für eine bestmögliche Vergleichbarkeit nehmen wir jedoch in diesem Artikel Kleinsignalverhalten an und vernachlässigen die Hysterese.

Der Lageregler (PID) kann nach dem klassischen Masse-Feder-Dämpfer-Ansatz [7] ausgelegt werden:

$$G_{\mathrm{Rx}}(s) = \underbrace{\frac{k+k_{\mathrm{x}}}{k_{\mathrm{i}|\mathrm{B}}}}_{K_{\mathrm{Rx}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_{\mathrm{Nx}}} + s \cdot \underbrace{\frac{d}{k+k_{\mathrm{x}}}}_{T_{\mathrm{Vx}}}\right). \quad (14)$$

Die Steifigkeit *k* wird üblicherweise als Vielfaches des Kraft–Weg-Faktors  $k_x$  gewählt und die Dämpfung *d* über das Lehr'sche Dämpfungsmaß *D* bestimmt:  $d = 2D\sqrt{km_r}$ . Der Kraft–Strom–Faktor  $k_i$  bzw. Kraft– Flussdichte–Faktor  $k_B$  ist abhängig von der Geometrie und Auslegung des Lagers. Die Nachstellzeit  $T_{Nx}$  ist so klein wie möglich zu wählen, ihr Kehrwert  $\omega_N = 1/T_N$ darf jedoch höchstens ca. ein Zehntel der Resonanzkreisfrequenz  $\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{k/m_r}$  betragen, um die Resonanz  $\Delta K_{Res}$  nicht zusätzlich zu erhöhen.

# V. Vergleich der Lageregelungen mit unterlagerter Strom- und Flussdichteregelung

In Abhängigkeit der Steifigkeit k und des Dämpfungsmaßes D, haben wir vier charakteristische Kriterien (s. u.) gewählt, um die X-I-Regelung (Abb. 2) mit der X- $B_{\rm EST}$ -Regelung (Abb. 4) zu vergleichen. Abb. 7 zeigt die Kennlinienfelder dieser Kriterien für die Wertebereiche  $k/k_x = 1...30$  und D = 0,2...1. In den Abbildungen  $3^1$  und 6 sind für ein beispielhaftes Wertepaar  $k/k_x = 15$ und D = 0,9 die Frequenzgänge des inneren und äußeren Regelkreis für beide Regelvarianten im Vergleich aufgezeigt.

## Phasenreserve:

Die Phasenreserve  $\varphi_{PR}$  (Differenz zu  $\varphi = -180^{\circ}$ ) bei der Durchtrittsfrequenz des offenen Kreises ist ein wichtiges Stabilitätskriterium. In Abb. 7 wird deutlich, dass bei einer *X*–*I*–Regelung nur ein begrenzter Wertebereich zur Verfügung steht, um das Axiallager stabil in den Schwebezustand zu versetzen. Das Dämpfungsmaß ist mit mind. 0,6 vergleichsweise hoch anzusetzen, was erhöhte Statorströme und somit höhere Stromwärmeverluste zur Folge hat. Weiterhin ist die Phasenreserve mit maximal 20° sehr klein und erlaubt nur wenig Spielraum bei der Reglerauslegung. Mit der *X*–*B*<sub>EST</sub>–Regelung lässt sich, wie für Magnetlager typisch, der gesamte angesetzte Wertebereich von  $k/k_x$  und *D* ausnutzen. Lediglich für  $k/k_x < 2$  und D < 0,2 ist die Phasenreserve ähnlich kritisch, wie im ersten Fall (vgl. Abb. 7).



Abb. 6. Frequenzgang des offenen und geschlossenen Regelkreises der überlagerten Lageregelung für klassische Stromregelung (X-I) und Flussdichteregelung mit Flussdichteschätzung ( $X-B_{\rm EST}$ ) – Beispielparameter aus Abb.7: Steifigkeit  $k = 15 k_x$ , Dämpfungsmaß D = 0.9, Knickfrequenz I–Anteil  $f_{\rm Nx} = 5$  Hz

#### Resonanzerhöhung:

Die Resonanzerhöhung  $\Delta K_{\text{Res}}$  ist die Verstärkung des geschlossenen Kreises bei der Resonanzkreisfrequenz  $\omega_0 = 2\pi f_0$ . Sie ist ein Maß dafür, wie stark das System z. B. durch einen Sollwertsprung zum Schwingen angeregt wird. Die Abb. 6 und 7 zeigen, dass die  $X-B_{\text{EST}}$ -Regelung gegenüber der X-I-Regelung mit einer Resonanzerhöhung von maximal 5 dB eine deutlich stärkere Dämpfung erlaubt.

#### 3dB-Grenzfrequenz:

Die 3dB–Grenzfrequenz  $f_{3dB}$  liegt für die  $X-B_{EST}$ – Regelung mehr als doppelt so hoch, wie für die X– I–Regelung. Das ist insbesondere für Anwendungen interessant, die aktiv Schwingungen anregen oder dämpfen wollen. So nutzt die in [17] vorgestellte magnetgelagerte Bohrspindel eine axial eingeprägte Vibration, um die Bohrqualität (z. B. verminderte Bohrspangröße, verringerte Bearbeitungstemperatur) und Produktivität (höhere Vorschub- und Schnittgeschwindigkeiten sowie Standzeiten) zu verbessern.

#### Störunterdrückung:

Mit der  $X-B_{\text{EST}}$ -Regelung lässt sich quasi im gesamten Wertebereich von  $k/k_x$  und D eine maximale Störunterdrückung von mind. 100 dB erreichen. Im Falle der X-I-Regelung ist dies nur mit sehr hohen Steifigkeiten und Dämpfungsmaßen möglich. Anwendungen mit hohen dynamischen Störkräften, könnten so deutlich profitieren.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die X- $B_{EST}$ -Regelung der X-I-Regelung in allen Punkten überlegen ist und zudem durch den größeren Stabilitätsbereich eine straffere Einstellung der Regelparameter zulässt.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Das Verhalten des inneren Regelkreises mit Flussdichteschätzer entspricht dem Verhalten bei der Annahme  $i_{mess} = i_{\mu h}$ , wie in Abb. 3 dargestellt.



Abb. 7. Charakteristika der Lageregelung für verschiedene Steifigkeitsverhältnisse  $k/k_x$  und Dämpfungsmaßen D: Phasenreserve bei Durchtrittsfrequenz:  $\varphi_{PR}$ , Amplitudenerhöhung an Resonanzstelle  $\Delta K_{Res}$ , 3dB–Grenzfrequenz  $f_{3dB}$ , maximale Störunterdrückung  $\Delta K_{SU}$ 



Abb. 8. Lageregelung mit unterlagerter Flussdichteregelung und Flussmessung [16] — N: Windungszahl,  $A_g$ : Luftspaltquerschnitt,  $T_t$ ,  $V_t$ : Zeitkonstante, Verstärkung des Stellglieds,  $R_{Cu}$ : Spulenwiderstand,  $m_t$ : Rotormasse

# VI. Vergleich von Flussdichteschätzung und Messung

In diesem Abschnitt möchten wir auf die Unterschiede zwischen einer Lageregelung mit unterlagerter Flussdichteregelung mit Flussdichteschätzung ( $X-B_{EST}$ -Regelung, Abb. 4) und einer – für das Axiallager hypothetischen – Flussdichteregelung mit Flussdichtemessung ( $X-B_{MEAS}$ -Regelung, Abb. 8, [16]) eingehen.

Der Flussdichteschätzer berechnet die Flussdichte  $B_x = B_{est}$ , die aus der Durchflutung  $\Theta_{\mu h} = N \cdot i_{\mu h}$ folgt. Diese ist aber nur dann proportional zur Kraft nach Gl. 3, wenn sich der Rotor in Nulllage x = 0befindet. Die positionsabhängige Flussdichteänderung durch die Mitkopplung  $\Delta B(x) = x \cdot k_x/k_B$  kann durch den Flussdichteschätzer nicht bestimmt werden. Er dient damit überwiegend der Kompensation der Wirbelstromeffekte in den massiven Kernen von Axiallagern. Bei geblechten Radiallagern ist der Flussdichteschätzer i. d. R. wirkungslos, da die Wirbelstromgrenzfrequenz  $f_e$ , ab der die Wirbelströme einen Einfluss haben, gewöhnlicherweise oberhalb der Grenzfrequenz des Lageregelkreises liegt.

Im Gegensatz dazu, wird bei einer Flussdichtemessung für jede Rotorlage die tatsächlich kraftproportionale Flussdichte  $B_{mess} = B_x + \Delta B(x)$  bestimmt und entsprechend vom Flussdichteregler berücksichtigt. Auf diese Weise können auch geblechte Radiallager erheblich von einer Flussdichteregelung profitieren, da die Mitkopplung zu einem großen Teil bereits von der schnelleren inneren Regelschleife kompensiert wird [16]. Die Regelabweichung bei niedrigen Frequenzen und das damit typische Überschwingen der Rotorposition können somit fast vollständig eliminiert werden.

# VII. Dynamische Reglerausgangsbegrenzung

Einer der Hauptgründe, warum sich flussdichtebasierte Regelungstopologien in der Praxis bisher nicht durchsetzen konnten, ist die fehlende Möglichkeit einer direkten Strombegrenzung. Im Folgenden möchten wir einen einfachen Algorithmus vorstellen, der es dennoch erlaubt den Ausgangsstrom effektiv zu begrenzen. Dafür ist lediglich die Kenntnis des Spulenwiderstands  $R_{Cu}$  notwendig (unter Vernachlässigung der Temperaturabhängigkeit).

Erreicht der aktuelle Strom  $i_{mess}$  den maximal zulässigen Strom  $I_{max}$ , so soll die Ausgangs-Sollspannung  $u^*$ auf den Wert  $R_{Cu} \cdot I_{max}$  begrenzt werden, der im stationären Zustand  $I_{max}$  aufrecht erhält. Da eine sprungweise Begrenzung von  $u^*$  das System destabilisiert, erfolgt eine



Abb. 9. Dynamische Reglerausgangsbegrenzung: Begrenzung der Ausgangs-Sollspannung  $u^*$  in Abhängigkeit des gemessenen Spulenstroms  $i_{mess} - U_{Puls}$ : maximale Ausgangsspannung,  $I_{max}$ : maximaler vom Regler zugelassener Strom,  $I_{Fehler}$ : hardwareseitige Strombegrenzung (Sicherung, Not-Abschaltung),  $R_{Cu}$ : Spulenwiderstand

lineare Interpolation zwischen der maximal möglichen Ausgangsspannung  $U_{Puls}$  und  $R_{Cu} \cdot I_{max}$  (vgl. Abb. 9):

$$u_{\max}^{*\prime} = \frac{\Delta I}{I_{\max}} \left( U_{\text{Puls}} - I_{\max} R_{\text{Cu}} \right), \qquad (15)$$

mit

$$\Delta I = I_{\text{max}} - |i_{\text{mess}}| \quad . \tag{16}$$

Pendelt der Strom im Bereich um  $I_{max}$ , führt die ständige Änderung von  $u_{max}^{*\prime}$  zu einer unerwünschten Schwingungsanregung, die durch eine Glättung der Begrenzungswerte vermindert werden kann (Abb. 10). Dazu wird der gleitende Mittelwert der in unserem Fall letzten 5 Begrenzungswerte  $u_{max}^{*\prime}(k)$  gebildet

$$\bar{u}_{\max}^{*\prime} = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^{4} u_{\max}^{*\prime}(k-i)$$
(17)

und mit einem Wichtungsfaktor a mit dem aktuellen Begrenzungswert  $u_{max}^{*\prime}$  verrechnet:

$$u_{\max}^* = a \cdot u_{\max}' + (1 - a) \cdot \bar{u}_{\max}'$$
(18)

mit

$$a = \frac{\Delta I}{I_{\text{max}}} \cdot 0.1 + 0.9 \quad \Rightarrow \quad a = 0.9 \dots 1 . \tag{19}$$

Sowohl die Gewichtung als auch die Kurvenform in Abb. 9 können angepasst werden, wobei sich die vorgestellte Variante als am praktikabelsten erwiesen hat. Abb. 10 zeigt, dass die Flussdichtedynamik bei zu niedrig gewählten Begrenzungsströmen deutlich abnimmt. Magnetlager sind jedoch i. d. R. immer so ausgelegt, dass dieser Fall im Normalbetrieb nicht eintritt, sondern es sich vielmehr um eine Schutzmaßnahme handelt.



Abb. 10. Sprungantworten für Flussdichte und Spulenstrom auf Flussdichtesollwertsprung für verschiedene Begrenzungsströme  $I_{max}$ , Beispielmessungen für Ringkernspule aus [6]

# VIII. FAZIT UND AUSBLICK

Magnetische Axiallager sind aus Gründen der mechanischen Festigkeit, Fertigbarkeit und der Kosten meist aus massiven Stahlkomponenten gefertigt, womit sich Wirbelströme ungehindert im Kern ausbreiten können. Die damit einhergehende Feldverdrängung kann nicht durch eine klassische Stromregelung im inneren, kraftbildenden Regelkreis kompensiert werden. Dieses Ziel kann durch eine unterlagerte Flussdichteregelung erreicht werden, wobei die rückgekoppelte Flussdichte im Falle eines Axiallagers mit inhomogenen Luftspaltfeld nicht messtechnisch ermittelbar ist. In diesem Artikel zeigen wir mit der Anwendung des in [5] vorgestellten fraktionalen Flussdichteschätzers, dass die übliche kaskadierte Lageregelung so auch für das Axiallager mit einer Flussdichteregelung kombiniert werden kann.

Anhand von berechneten Frequenzgängen haben wir demonstriert, wie diese neue  $X-B_{\rm EST}$ -Regelung einer klassischen X-I-Regelung deutlich überlegen ist. Es lassen sich eine Erhöhung der Phasenreserve um 35...50° und Grenzfrequenz um bis zu 400 Hz sowie eine zusätzliche Dämpfung im Resonanzbereich des Führungsübertragungsverhaltens von 5...20 dB und 5...30 dB im Störübertragungsverhalten erreichen. Dabei sind nur die eingeschränkten Wertebereiche vom Steifigkeitsverhältnis  $k/k_x$  und Dämpfungsmaß *D* berücksichtigt, wo beide Topologien stabil sind.

Anders als bei einer Flussdichteregelung mit Flussdichtemessung ( $X-B_{MEAS}$ -Regelung), kann die  $X-B_{EST}$ -Regelung nicht die Mitkopplung im inneren Regelkreis kompensieren, wodurch weiterhin das durch den D-Anteil des Lagereglers bedingte Überschwingen auftritt. In weiterführenden Arbeiten ist daher die Kombination des fraktionalen Flussdichteschätzers mit einer Zustandsregelung denkbar. Die in [6] gezeigte digitale Implementierung des Flussdichteschätzers wird in einem nächsten Schritt auf das axiale Magnetlager übertragen, um die hier vorgestellten Ergebnisse messtechnisch validieren zu können. Insgesamt bietet die hier vorgestellte  $X-B_{\rm EST}$ -Regelung eine kostengünstige, ausschließlich softwareseitige Maßnahme das dynamische Verhalten von axialen Magnetlagern zu verbessern. Sie kommt dabei ohne rechenintensive Beobachter aus und erfordert keine Online– Parameterbestimmung. Stattdessen wird der Flussschätzer echtzeitfähig als Biquad–Filterkaskade implementiert und ist somit auch bei kurzen Regelperioden von unter 50 µs problemlos einsetzbar.

### DANKSAGUNG

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung des Forschungsvorhabens (Projekt *DFG HO 1483/78-1*).

#### Referenzen

- H. Bleuler, D. Vischer, G. Schweitzer u. a., "New concepts for cost-effective magnetic bearing control", *Automatica*, Jg. 30, Nr. 5, I. F. of Automatic Control, S. 871–876, 1994.
- [2] F. Bahr, I. Mönch, D. Ernst u.a., "Direct field control of AMBs using flux feedback based on integrable Hall sensors", *15th International Symposium on Magnetic Bearings*, ISMB15, (Kitakyushu, Japan), 2016.
- [3] L. Zhu, C. R. Knospe und E. H. Maslen, "Analytic model for a nonlaminated cylindrical magnetic actuator including eddy currents", *IEEE Transactions on Magnetics*, Jg. 41, Nr. 4, IEEE, S. 1248–1258, Apr. 2005.
- [4] I. Podlubny, "Fractional-order systems and PI<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup>-controllers", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Jg. 44, Nr. 1, IEEE, S. 208–214, Jan. 1999.
- [5] R. Seifert, K. Röbenack und W. Hofmann, "Rational Approximation of the Analytical Model of Nonlaminated Cylindrical Magnetic Actuators for Flux Estimation and Control", *IEEE Transactions on Magnetics*, 2019, unveröffl., in Begutachtung.
- [6] R. Seifert, C. Steiert, W. Hofmann u. a., "Einführung in die fraktionale Flussschätzung in elektromagnetischen Aktoren", *Automatisierungstechnik*, De Gruyter, 2019.
- [7] G. Schweitzer, A. Traxler und H. Bleuler, Magnetlager: Grundlagen, Eigenschaften und Anwendungen berührungsfreier, elektromagnetischer Lager. Berlin, Heidelberg: Springer, 1993.
- [8] J. J. Feeley, "A simple dynamic model for eddy currents in a magnetic actuator", *IEEE Transactions on Magnetics*, Jg. 32, Nr. 2, IEEE, S. 453–458, März 1996.
- [9] L. Zhu und C. Knospe, "Modeling of Nonlaminated Electromagnetic Suspension Systems", *IEEE Transactions on Mechatronics*, Jg. 15, Nr. 1, IEEE/ASME, S. 59–69, Feb. 2010.
- [10] J. Zhong und L. Li, "Tuning Fractional-Order PI<sup>A</sup>D<sup>μ</sup> Controllers for a Solid-Core Magnetic Bearing System", *IEEE Transactions* on Control Systems Technology, Jg. 23, Nr. 4, IEEE, S. 1648– 1656, Juli 2015.
- [11] P. Anantachaisilp und Z. Lin, "Fractional Order PID Control of Rotor Suspension by Active Magnetic Bearings", *Actuators*, Jg. 6, Nr. 1, MDPI, 2017.
- [12] J. Zhong und L. Li, "Identification of a solid-core magnetic bearing using incommensurate fractional-order models", *International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, (Luoyang, China), Sep. 2013, S. 262–267.
- [13] G. Baker und P. Graves-Morris, *Padé Approximants*, Ser. Encyclopedia of Mathematics and its Applications. Cambridge: University Press, 1996.
- [14] D. Riu, N. Retiere und M. Ivanes, "Turbine generator modeling by non-integer order systems", *International Electric Machines* and Drives Conference, IEMDC, IEEE, 2001, S. 185–187.
- [15] K. Matsuda und H. Fujii, "H<sub>∞</sub> optimized wave-absorbing control-Analytical and experimental results", *Journal of Guidance*, *Control, and Dynamics*, Jg. 16, Nr. 6, A. I. of Aeronautics und Astronautics, S. 1146–1153, 1993.
- [16] R. Liebfried und W. Hofmann, "Performance of Flux Density Based Control Approaches for Active Magnetic Bearings – an Overview", 16th International Symposium on Magnetic Bearings, (Beijing, China), 2018.
- [17] M. Dirscherl, "Vibrationsunterstütztes Bohren mit magnetgelagerter Spindeltechnologie", *Future Manufacturing*, Nr. 4, VDMA-Verlag, S. 18–19, 2017.

# Anhang

#### Tabelle I Parameter des Axiallagers

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Stator- und Rotormaterial: 15	NiCr13		
Relative Permeabilität	$\mu_{\rm r}$	880	-
Elektrische Leitfähigkeit	К	5	S/µm
Magnetkreis			
Geometrie		siehe [5]	
Luftspaltfläche	$A_{g}$	346,8	mm <sup>2</sup>
Luftspaltweite	g	0,5	mm
Windungszahl	Ň	103	-
Spulenwiderstand	R <sub>Cu</sub>	1,05	Ω
Hauptinduktivität	$L_{ m h}$	46,2	mH
Stationäre Reluktanzen			
Eckelemente	$\mathcal{R}_{con}$	7,60	kA/Vs
Axiale und radiale Elemente	$\mathcal{R}_{core}$	16,21	kA/Vs
Luftspalt	$\mathcal{R}_{ ext{gap}}$	204,80	kA/Vs
Wirbelstromzeitkonstanten			
Axiale und radiale Elemente	$T_{e \text{ core}}$	690,5	ms
Luftspalt	$T_{e gap}$	5,5	ms

Tabelle II Reglerparameter für  $k/k_x = 15$ , D = 0.9,  $f_{Nx} = 5$  Hz

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Allgemein			
Spannnungspulshöhe	$U_{\rm Puls}$	48	V
Schaltfrequenz	ft	21 333	Hz
Stellgliedzeitkonstante	$T_{\rm t}$	46,9	μs
Summenzeitkonstante	$T_{\sigma}$	93,8	μs
Hauptfeldzeitkonstante	$T_{ m h}$	44	ms
Stromregelung			
Streckenverstärkung	$V_{\rm Si}$	0,95	s/m <sup>2</sup>
Reglerverstärkung	$K_{\rm Ri}$	246,3	m <sup>2</sup> /s
Nachstellzeit	$T_{\rm Ni}$	44	ms
Flussdichteregelung			
Streckenverstärkung	$V_{\rm SB}$	0,11	s/m <sup>2</sup>
Reglerverstärkung	K <sub>RB</sub>	2,13	m <sup>2</sup> /s
Nachstellzeit	T <sub>NB</sub>	44	ms
Lageregelung			
Rotormasse	$m_{\rm r}$	2,8	kg
Bemessungskraft	$F_{ m N}$	56	N
Kraft-Strom-Faktor	$k_{\rm i}$	64,6	N/A
Kraft-Flussdichte-Faktor	$k_{\rm B}$	266	N/T
Kraft–Weg–Faktor	$k_{\mathrm{x}}$	114	N/mm
Vorhaltezeit	$T_{\rm Vx}$	2,2	ms
Nachstellzeit	$T_{\rm Nx}$	31,8	ms