

Modellierung axialer Magnetlager aus Stahl- und SMC-Komponenten mit Wirbelstromeffekten

Robert Seifert,* Falk Bahr und Wilfried Hofmann

Technische Universität Dresden, Elektrotechnisches Institut
Helmholtzstraße 9, 01062 Dresden, Germany, *Robert.Seifert@tu-dresden.de

Kurzfassung—Die elektromagnetische Dynamik von axialen Magnetlagern ist im besonderen Maße von den eingesetzten Materialien abhängig. Axiale Flussverläufe machen eine Blechung von Stator und Rotor unwirksam und hohe induzierte Spannungen rufen im Magnetkreis wirbelstrombedingte Gegenfelder hervor. Zusätzliche kompensierende Magnetisierungsströme lassen den messbaren Strom der Steuerspule dem kraftbildenden Hauptfluss vorauslaufen. Steigende Anforderungen an die Regeldynamik erfordern daher den Einsatz schwach elektrisch leitfähiger Kernmaterialien (Soft Magnetic Composites) oder eine Berücksichtigung der auftretenden Wirbelstromeffekte in der Regelstrecke unter Anwendung von Systemen gebrochen-rationaler Ordnung. Beide Optionen werden in diesem Beitrag aus analytischer Sicht gegenübergestellt und ihre Anwendungsfälle diskutiert.

Stichwörter—Magnetlagerregelung, Systeme fraktionaler Ordnung, Wirbelströme, Pulververbundwerkstoffe, Axiallager

I. EINLEITUNG

Hochdynamische Magnetlager werden für eine hohe Steifigkeit und somit schnelle Kraftanstiege mit einem Vielfachen ihrer Bemessungsspannung gepulst angesteuert. Rapide Flussanstiege verursachen ein signifikantes Wirbelstromaufkommen im Magnetkreis. Auf Grund axialer Flussverläufe ist eine Blechung von Stator und Rotor in axialen Magnetlagern jedoch nicht zielführend und hohe induzierte Spannungen rufen im Magnetkreis wirbelstrombedingte Gegenfelder hervor. Der kraftbildende Hauptfluss Φ ist jedoch fest durch die anliegende Spulenspannung u eingepreist und die zur Kompensation der Gegenfelder erzwungenen Mitfelder erfordern zusätzliche sekundäre Magnetisierungsströme $i'_{\mu\text{Fe}}$. Der messbare Gesamtstrom i der Steuerspule eilt dem kraftbildenden Hauptfluss Φ somit voraus. Liegt eine Lage- oder Kraftregelung vor, die auf einer Messung des Spulenstroms basiert, so kann dies zu einer deutlichen Beeinträchtigung der Lagerdynamik führen. Ziel ist es, den Einfluss der Wirbelströme analytisch zu erfassen und in eine fundierte Regelstrecke zu überführen, um in Zukunft eine Regelung höherer Dynamik zu ermöglichen.

A. Materialabhängige Wahl des Streckenmodells

Die Verwendung von Pulververbundwerkstoffen (Soft Magnetic Composites - SMC) kann die Wirbelstromdichte erheblich reduzieren und ermöglicht die Modellierung der verbleibenden Effekte durch die Einbeziehung der

Eisenkreiszeitkonstante T_{Fe} , wie durch Schuhmann [1] für Radiallager eingeführt. Sie beschreibt vereinfacht die zeitliche Verzögerung zwischen dem Spulenstrom i und dem zum Hauptfluss proportionalen sekundären Magnetisierungsstrom $i'_{\mu\text{Fe}}$. Im Magnetlager-Stator ist der Einsatz von SMC i. d. R. unproblematisch, die geringe mechanische Zugfestigkeit von lediglich 70 MPa beschränkt ihn für rotierende Teile jedoch auf Spezialfälle, wie Rotoren mit kleinem Durchmesser und verklebten Aktivteilen [2]. Die Verwendung von Stählen mit Zugfestigkeiten von über 1 GPa ist in industriellen Anwendungen zurzeit noch unumstritten.

Die elektrische Leitfähigkeit κ vom eingesetzten Stahl übersteigt die des SMC (Somaloy Prototyping Material) um mehr als das tausendfache. Wie Messungen gezeigt haben, kann das in diesem Fall hohe Wirbelstromaufkommen nicht mehr hinreichend genau mit der Eisenkreiszeitkonstante modelliert werden, sondern erfordert die Auswertung der Diffusionsgleichung [3] für die Flusssdichte B

$$\nabla^2 B(s) = \alpha^2 B(s) \quad \Rightarrow \quad B(s) = f(\alpha) \quad (1)$$

zur vollständigen Beschreibung des Stromverlaufs unmittelbar nach der Sollwertänderung. Im Falle von Zylindergeometrien hat Gl. 1 die Form der *Bessel'schen Differentialgleichung*

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial r} - \alpha^2 B_z = 0, \quad (2)$$

deren Lösung sich analytisch nicht mehr in ein Kettenleiter-Ersatzschaltbild oder eine Summe von Wirbelstrommoden [4] überführen lässt, wie dies für geblechte Kerne möglich ist. Die Lösung der Diffusionsgleichung für elektromagnetische Aktoren [5] ist allgemein eine Funktion des elektromagnetischen Ausbreitungskoeffizienten α

$$\alpha(s) = \sqrt{s\kappa\mu_0\mu_r} = c_\alpha\sqrt{s}, \quad (3)$$

der neben der Materialkonstante c_α die LAPLACE-Variable s als Wurzel enthält. Eine Berücksichtigung der Wirbelströme im Magnetkreis und deren Rückwirkung auf den kraftbildenden magnetischen Hauptfluss Φ führt somit auf eine Regelstrecke fraktionaler Ordnung, sogenannte Fractional-Order-Systeme (FO-Systeme) [6] bzw. fraktionale Systeme.

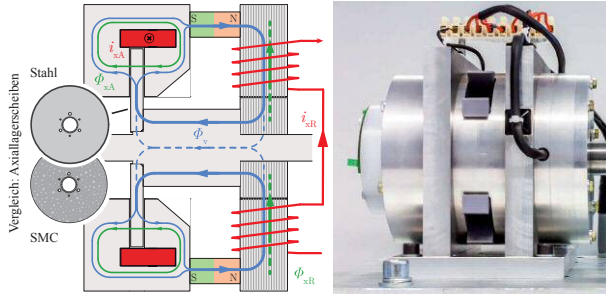


Abbildung 1. Kombiniertes Radial-/Axiallager im Querschnitt und im Messaufbau

B. Versuchsaufbau und Grundvoraussetzungen

Die Validierung des analytischen Modells erfolgte sowohl simulativ mit Hilfe der Finiten Elemente Methode (FEM), als auch messtechnisch mit einem für diese Untersuchung entwickelten kombinierten Axial-/Radiallager (Abb. 1) mit austauschbaren Axiallagerscheiben. Der Stator des Axiallagerteils ist vollständig aus SMC gefertigt und für Flussdichten von maximal 0,5 T ausgelegt, um den statorseitigen Einfluss von Wirbelströmen und Sättigung zu minimieren. Die von Radial- und Axiallagerteil gemeinsam genutzte Vormagnetisierung durch NdFeB-Magnete und die in den zylindrischen Stator eingefasste solenoidale Spule ermöglicht eine lineare Kraft-Strom-Charakteristik nach dem Differenzprinzip.

Mögliche Wirbelströme durch Rotation des Rotors werden bei angenommener vollständiger Rotationssymmetrie nicht betrachtet. Eine axiale Verschiebung des Rotors hat zwar eine Änderung des homopolaren Vormagnetisierungsflusses zur Folge, die wirkende mechanische Zeitkonstante ist jedoch um ein Vielfaches größer als die untersuchten elektromagnetischen Zeitkonstanten und kann daher ebenfalls vernachlässigt werden.

II. DIE EISENKREISZEITKONSTANTE

Die Eisenkreiszeitkonstante T_{Fe} , ist eine empirische Größe, die sich nur für rechteckige Kernquerschnitte direkt analytisch berechnen lässt [7]. In anderen Fällen kann sie lediglich aus zeitlichen Verläufen bestimmt werden, die aus Messung oder Simulation hervorgehen, aber auch aus der in den Zeitbereich transformierten analytischen Lösung.

Ein allgemeines Magnetlager kann nach Bahr [8] vereinfacht in Form des in Abbildung 2 gezeigten zweistufigen Ersatzschaltbilds modelliert werden.

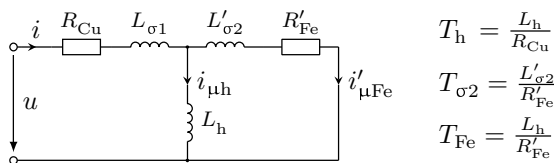


Abbildung 2. Vereinfachtes Ersatzschaltbild eines Magnetlagers

Primärseitig fließt der Spulenstrom i durch den elektrischen Widerstand der Spule R_{Cu} und die Streuinduktivität $L_{\sigma 1}$. Der Querzweig mit der Hauptfeldinduktivität L_h

wird von dem das Hauptfeld bildenden Magnetisierungsstrom $i_{\mu h}$ durchflossen. Eine Änderung des Hauptfelds im Eisenkern induziert eine Umlaufspannung, die nach der Lenz'schen Regel ein Magnetfeld erzeugt, welches seiner Ursache entgegen wirkt. Der implizierte sekundäre¹ Magnetisierungsstrom $i'_{\mu Fe}$ ist keinesfalls gleichzusetzen mit den eigentlichen Wirbelströmen, die im Eisenkreis zirkulieren, welche als verteilte Größen unbekannt sind. Der bezogene Eisenkreis-Ersatzwiderstand R'_{Fe} modelliert den ohmschen Widerstand der Wirbelstrombahnen. Bei $i'_{\mu Fe}$ und R'_{Fe} handelt es sich also um nicht messbare Ersatzgrößen zur Modellierung des Gegenfeldes, das die Wirbelströme zur Ursache hat. Direkt messbar sind lediglich der Spulenstrom i sowie der Spulenwiderstand R_{Cu} .

Unter Vernachlässigung der Streuinduktivitäten $L_{\sigma 1}$ und $L'_{\sigma 2}$ ergibt sich aus der Gesamtübertragungsfunktion der Ersatzschaltung die Stromregelstrecke der Form

$$\frac{i(s)}{u(s)} = \frac{1}{R_{Cu} + \frac{sL_h R'_{Fe}}{R'_{Fe} + sL_h}} \quad (4)$$

Es werden die Hauptfeldzeitkonstante T_h und die Eisenkreiszeitkonstante T_{Fe} :

$$T_h = \frac{L_h}{R_{Cu}}, \quad T_{Fe} = \frac{L_h}{R'_{Fe}} \quad (5)$$

eingeführt und Gl. 4 vereinfacht sich zu

$$\frac{i(s)}{u(s)} = \frac{1}{R_{Cu}} \cdot \frac{1 + sT_{Fe}}{1 + s(T_{Fe} + T_h)} \quad (6)$$

Primärer Magnetisierungsstrom $i_{\mu h}$ und Gesamtstrom i verhalten sich nach der Stromteilerregel wie ein Verzögerungsglied 1. Ordnung, charakterisiert durch die Eisenkreiszeitkonstante:

$$\frac{i_{\mu h}(s)}{i(s)} = \frac{R'_{Fe}}{R'_{Fe} + sL_h} = \frac{1}{1 + sT_{Fe}} \quad (7)$$

Die Eisenkreiszeitkonstante beschreibt das Vorauseilen des Spulenstroms i gegenüber dem hauptfeldbildenden primären Magnetisierungsstrom $i_{\mu h}$, sie beschreibt nicht das Abklingverhalten der Wirbelströme. Letzteres wird durch die Wirbelstromabklingzeitkonstante

$$T_{\sigma 2} = \frac{L'_{\sigma 2}}{R'_{Fe}} \quad (8)$$

bestimmt, welche in der Regel unbekannt ist. Das vereinfachte Modell der Eisenkreiszeitkonstante impliziert, dass $T_{\sigma 2}$ unendlich klein ist, sich somit unmittelbar eine konstante Wirbelstromzirkulation einstellt. Es ergäbe sich ein physikalisch nicht möglicher Stromsprung zum Einschaltzeitpunkt. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass diese Annahme für geblechte und SMC-Kerne hinreichend ist, für Magnetkreise aus massivem Stahl jedoch nicht zweckmäßig.

¹Darüberhinaus treten Magnetisierungsströme höherer Ordnung auf (hier vernachlässigt). Der resultierende Kettenleiter kann, ausschließlich für geblechte Magnetkreise, über eine Reihenentwicklung auch aus L_{eff} gewonnen werden.

Bestimmung der Eisenkreiszeitkonstante aus Zeitverläufen

Betrachtet man den Zeitraum unmittelbar nach einem Spannungspuls des Umrichters (Abb. 3), so offenbart sich eine verzögerte Stromerhöhung durch den gegenfeldkompensierenden sekundären Magnetisierungsstrom.

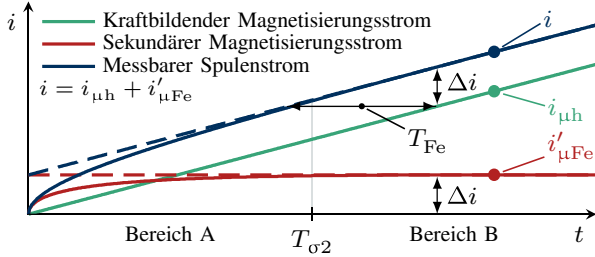


Abbildung 3. Stromverläufe unmittelbar nach Spannungspuls
 - - Vereinfachtes Ersatzmodell mit Eisenkreiszeitkonstante
 — Reale Verläufe abbildbar mit Fractional-Order-Systemen

Nach einer gewissen Zeit nimmt der Anstieg des Spulenstroms einen konstanten Wert an, da sich im Magnetkreis ein quasi-konstanter Flussanstieg (vorausgesetzt der Spannungsfall über dem Spulenwiderstand R_{Cu} ist hinreichend klein im Vergleich zur Spuleninduktivität) und damit eine konstante Wirbelstromzirkulation eingestellt hat. Zieht man den Anstieg dieser Asymptote des Spulenstroms von selbigem ab, so erhält man den sekundären Magnetisierungsstrom:

$$i'_{\mu Fe} = i - \left. \frac{di}{dt} \right|_{t_1} \cdot t. \quad (9)$$

Dabei sollte der Zeitpunkt t_1 so gewählt sein, dass der Flussanstieg bereits konstant ist, aber noch keine Sättigung des Kernmaterials auftritt. Der konstante Endwert von $i'_{\mu Fe}$ setzt Hauptfeldzeitkonstante und Eisenkreiszeitkonstante in Beziehung [1]:

$$\Delta i = i'_{\mu Fe} \Big|_{t_1} = \frac{T_{Fe}}{T_h} \cdot (i_\infty - i_0). \quad (10)$$

Somit ist die Eisenkreiszeitkonstante im Zeitbereich bzw. messtechnisch wie folgt zu bestimmen:

$$T_{Fe} = \frac{\Delta i \cdot T_h}{i_\infty - i_0} \Big|_{i_0=0} \Delta i \cdot \frac{L_h}{U_{ZK}} \quad \text{mit} \quad i_\infty = \frac{U_{ZK}}{R_{Cu}}. \quad (11)$$

In konventionell geregelten Magnetlagern erfolgt die Strom-Sollwertvorgabe $i_{x, \text{soll}}$ des Lagereglers basierend auf den gemessenen Momentanwerten für den Spulenstrom i und die Position x . Nach der linearisierten Kraftgleichung

$$f_x(i, x) = k_i \cdot i + k_x \cdot x \quad (12)$$

wird die vom Regler angenommene momentane Kraft f_x berechnet und der Strom $i_{x, \text{soll}}$ ermittelt, der die erforderliche Kraft zum Erreichen der Sollposition x_{soll} aufbringen kann. Ist der gemessene Spulenstrom nun größer als der tatsächlich zur Kraftbildung beitragende Magnetisierungsstrom $i'_{\mu h}$, wird dem Lageregler suggeriert, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt bereits eine größere Kraft anliegt, als das in Wirklichkeit der Fall ist. Bezieht man allerdings die Abweichung zwischen Spulen- und Magnetisierungsstrom mit in die Regelung

ein - modelliert mit einem durch T_{Fe} definiertes Verzögerungsglied 1. Ordnung, so wird dem Lageregler eine wesentlich exaktere Sollwertvorgabe ermöglicht.

III. SYSTEME FRAKTIONALER ORDNUNG

Die Diffusionsgleichung (Gl. 1) ist nur für Geometrien mit eindimensionalen Feldverläufen analytisch lösbar, was zu einer Unterteilung des Axiallagers in die in Abb. 4 dargestellten Teilbereiche führt.

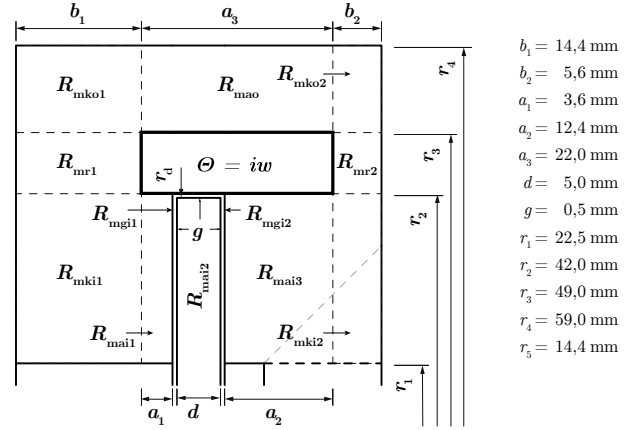


Abbildung 4. Einteilung des rotationssymmetrischen Axiallager-Magnetkreises in Teilreluktanzen, solenoidale Spule ($w = 105$) eingefasst

A. Lösung der Diffusionsgleichung im Bildbereich

Die Lösung lässt sich dergestalt umformen, dass sich der Magnetkreis als Reihenschaltung aller frequenzabhängigen magnetischen Widerstände $R_{mi}(s)$ beschreiben lässt, wobei sich in der Literatur ausgehend von der effektiven Permeabilität μ_{eff} [9] der Begriff der effektiven Reluktanz R_{meff} [10] bzw. effektiven Induktivität L_{eff} (Gl. 13) durchgesetzt hat:

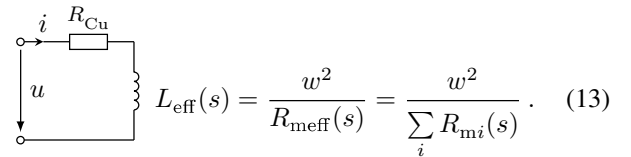


Abbildung 5. Ersatzschaltbild eines Magnetlagers mit effektiver Induktivität

Aus dem Ersatzschaltbild (Abb. 5) folgt somit die Stromregelstrecke für die Steuerspulen mit der Windungszahl w :

$$\frac{i(s)}{u(s)} = \frac{1}{R_{Cu} + s \frac{w^2}{\sum_i R_{mi}(s)}}. \quad (14)$$

In [9] wurde die Diffusionsgleichung zunächst für allgemeine Zylindergeometrien gelöst. Neben der Erweiterung auf Hohlzylindergeometrien mit sowohl radialer als auch axialer Flussdurchsetzung ($R_{mr1,2}$, R_{mao} , $R_{mai1,2,3}$) hat Zhu [10] (bzw. [11]) ein Reluktanz-Ersatznetzwerk zur Modellierung der inhomogenen Feldverteilung im Luftspalt eingeführt ($R_{mgi1,2}$), jedoch nur für den symmetrischen Fall, sodass auf beiden Seiten des Luftspalts das

Tabelle I
ANALYTISCHE LÖSUNG ALLER TEILRELUKTANZEN DES
MAGNETKREISES

R_{mi}	Formel
R_{mai}	$\frac{a \cdot \alpha}{2\pi\mu_0\mu_r r_2} \frac{I_0^*(r_2\alpha) K_1(r_1\alpha) + I_1(r_1\alpha) K_0(r_2\alpha)}{I_1(r_2\alpha) K_1(r_1\alpha) - I_1(r_1\alpha) K_1(r_2\alpha)}$
R_{mao}	$\frac{a \cdot \alpha}{2\pi\mu_0\mu_r r_3} \frac{I_0(r_3\alpha) K_1(r_4\alpha) + I_1(r_4\alpha) K_0(r_3\alpha)}{I_1(r_4\alpha) K_1(r_3\alpha) - I_1(r_3\alpha) K_1(r_4\alpha)}$
R_{mr}	$\frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi\mu_0\mu_r b} \cdot \frac{b \cdot \alpha}{\tanh(b \cdot \alpha)}$
R_{mki}	$\sum_{n=1}^N \left[\frac{\frac{0,72}{\pi\mu_0\mu_r} \tan^{-1} \left(\frac{2r - \rho_n}{\sqrt{4r^2 - \rho_n^2}} \cdot \tan\left(\frac{\pi\theta}{4}\right) \right)}{\sqrt{4r^2 - \rho_n^2}} \right]_{1 + \frac{n-1}{N}}^{1 + \frac{n}{N}}$ $\rho_n = \sqrt{b^2 \sin^2 \theta_n + r_2^2 \cos^2 \theta_n} \quad \text{mit } \theta_n = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2N} (n - \frac{1}{2})$
R_{mko}	$\sum_{n=1}^N \left[\frac{\frac{0,72}{\pi\mu_0\mu_r} \tan^{-1} \left(\frac{2r - \rho_n}{\sqrt{4r_3^2 - \rho_n^2}} \cdot \tan\left(\frac{\pi\theta}{4}\right) \right)}{\sqrt{4r_3^2 - \rho_n^2}} \right]_{\frac{n}{N}}^{\frac{n-1}{N}}$ $\rho_n = \sqrt{b^2 \sin^2 \theta_n + r_3^2 \cos^2 \theta_n} \quad \text{mit } \theta_n = \frac{\pi}{2N} (n - \frac{1}{2})$
R_{mgi}	$\frac{g \cdot \beta}{2\pi\mu_0 r_2} \frac{I_0(r_2\beta) K_1(r_1\beta) + I_1(r_1\beta) K_0(r_2\beta)}{I_1(r_2\beta) K_1(r_1\beta) - I_1(r_1\beta) K_1(r_2\beta)}$ mit $\beta = \sqrt{\frac{2(\alpha_A + \alpha_B)}{g(\mu_{rA} + \mu_{rB})}}$ für die Materialien A und B zu beiden Seiten des Luftspalts * I_ν, K_ν : Modifizierte Besselfunktionen 1. Art, ν -ter Ordnung

gleiche Material vorliegt. Die Anpassung des Ersatznetzwerks für den unsymmetrischen Fall, z. B. wenn ein SMC-Stator und eine Stahlscheibe vorliegen, wurde erstmals in der Vorarbeit [12] zu diesem Beitrag vorgenommen. Außerdem wurde das Modell mit den Eck-Reluktanzen ($R_{mki1,2}$, $R_{mko1,2}$) vervollständigt. Diese können für die vorliegende Geometrie als frequenzunabhängig angenommen werden, da die Reluktanzerhöhung durch Feldverdrängung bei hohen Frequenzen mit einer gleichzeitigen Verkürzung der Feldlinien einhergeht. Streu-Reluktanzen können optional ebenfalls berücksichtigt werden [13], spielen im vorliegenden Modell auf Grund der sättigungsarmen Auslegung aber nur eine untergeordnete Rolle und sollen daher vernachlässigt werden. Alle Teilreluktanzen zur Berechnung der effektiven Reluktanz R_{meff} in Gl. 13 sind in Tab. I zusammengefasst.

B. Approximationen zur Rücktransformation der Lösung in den Zeitbereich

Die Lösung für eine Teilreluktanz R_{mi} setzt sich immer aus der frequenzunabhängigen spezifischen Reluktanz R'_{mi} sowie einem frequenzabhängigen Anteil $G_{Rm}(s)$ zusammen:

$$R_{mi}(s) = R'_{mi} \cdot G_{Rm}(s). \quad (15)$$

Der variable Anteil G_{Rm} enthält nichtlineare Funktionen, wie

- Tangens Hyperbolicus: $\tanh(f(s))$,
- Modifizierte Besselfunktionen 1. Art, ν -ter Ordnung: $I_\nu(f(s))$, $K_\nu(f(s))$,

wobei $f(s)$ die LAPLACE-Variable s in gebrochen-rationaler Ordnung $\gamma = \frac{1}{2}$ oder $\gamma = \frac{1}{4}$ enthält:

$$f(s) = k \cdot \sqrt{s} \quad \text{oder} \quad f(s) = k \cdot \sqrt[4]{s}. \quad (16)$$

In keinem Fall ist eine Rücktransformation der Lösung aus dem LAPLACE- bzw. Frequenzbereich in den Zeitbereich mit Hilfe der Inversen LAPLACE-Transformation oder des Residuensatzes möglich. Ebenso ist eine Kettenbruchentwicklung wie bei Magnetkreisen rechteckigen Querschnitts nicht ohne weiteres auf Hohlzylindergeometrien anwendbar.

Dennoch ist eine Lösung im Zeitbereich wünschenswert, da nur so ein Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen möglich ist. Eine numerische Auswertung der Lösung im Zeitbereich ist möglich², wenn es gelingt, diese in Form einer gebrochen-rationalen Funktion ($m, n, N \in \mathbb{N}$) der LAPLACE-Variable mit gebrochenem Exponenten $s^\gamma = s^{\frac{n}{N}}$ darzustellen:

$$G_{Rm}(s) = \frac{a_m s^{\frac{m}{N}} + a_{m-1} s^{\frac{m-1}{N}} + \dots + a_0}{b_n s^{\frac{n}{N}} + b_{n-1} s^{\frac{n-1}{N}} + \dots + b_0}. \quad (17)$$

Je nach Material und Frequenzbereich existieren bereits unterschiedlich gut geeignete Approximationen. Für Aktoren aus gut elektrisch leitfähigen Materialien haben sich die asymptotische Entwicklung der Lösung für hohe Frequenzen und die Taylorentwicklung für niedrigere Frequenzen bewährt [10] (Abb. 6). Für gemischte Magnetkreise großer Bandbreite aus Stahl und SMC sind diese Ansätze allerdings unbrauchbar, da Reihenentwicklungen immer von einer bestimmten Entwicklungsstelle ausgehen und schnell an ihre Gültigkeitsgrenzen stoßen. Daher soll hier eine Erweiterung der bestehenden Ansätze auf Basis der linearen Regelungstheorie vorgestellt werden, die einen guten Kompromiss aus Anwendbarkeit und Exaktheit ermöglicht.

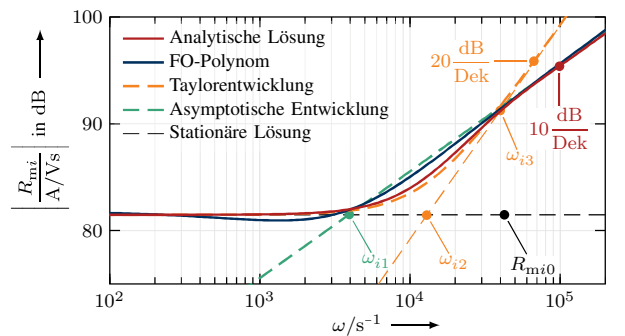


Abbildung 6. Typischer Amplitudengang der analytischen Lösung im Vergleich mit den Approximationen für eine beispielhafte Teilreluktanz

Der erste Frequenzbereich, bis zu einer Grenzfrequenz ω_3 , kann mit einem verzögerten Differenzglied 2 γ -ter Ordnung (Gl. 18a) approximiert werden, welches sich direkt aus der Taylorentwicklung der analytischen Lösung ableitet. Der mit $20 \frac{dB}{Dek}$ zu steile Anstieg kann durch

²z. B. mittels der FOMCON-Toolbox für MATLAB [14]

ein verzögertes Integrierglied γ -ter Ordnung (Gl. 18b) korrigiert werden, welches sich aus der asymptotischen Entwicklung mit der Grenzfrequenz ω_1 ableitet:

$$\text{a) PD2}\Gamma = 1 + \left(\frac{s}{\omega_{i1}}\right)^{2\gamma} \quad \text{b) PI}\Gamma = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{\omega_{i1}}\right)^\gamma}. \quad (18)$$

Im Überlappungsbereich, dessen Mitte durch die Frequenz ω_2 (entspricht der Knickfrequenz der Taylorentwicklung) beschrieben ist, liegt die analytische Lösung zwischen den beiden Approximationen. Eine Reihenschaltung beider Glieder ermöglicht bereits eine gute Modellierung des Frequenzverhaltens, allerdings wird im Überlappungsbereich um ω_2 eine zu hohe Dämpfung erreicht, was durch Hinzufügen zusätzlicher Glieder in Zähler und Nenner korrigiert werden kann. Somit ergibt sich schließlich ein FO-Polynom, das mit $\gamma = 1/2$ bzw. $\gamma = 1/4$ allgemeingültig auf alle Teilreluktanzen $R_{mi}(s)$ angewandt werden kann.

$$R_{mi\text{FOP}}(s) = R_{mi0} \cdot \frac{1 + 2d \left(\frac{s}{\omega_{i2}}\right)^\gamma + \left(\frac{s}{\omega_{i1}}\right)^{2\gamma}}{1 - 2d \left(\frac{s}{\omega_{i2}}\right)^{\frac{1}{2}\gamma} + \left(\frac{s}{\omega_{i1}}\right)^\gamma}. \quad (19)$$

Ein empirisch ermittelter Dämpfungsfaktor $d = 0,2$ erzielt die besten Approximationsergebnisse. Wie auch die analytische Lösung werden im nächsten Schritt alle so approximierten Teilreluktanzen $R_{mi\text{FOP}}(s)$ aufsummiert und die Stromregelstrecke ergibt sich analog zu Gleichung 14. Es wird eine sehr gute Abbildung der aufsummierten analytischen Teillösungen und des in der FEM-Simulation ermittelten realitätsnahen Frequenzverhaltens erreicht, welches in Abb. 7 in Form der Stromregelstrecke dargestellt ist.

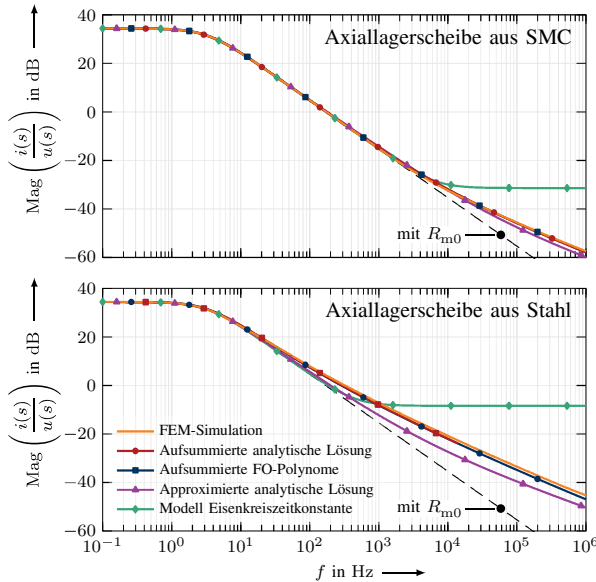


Abbildung 7. Stromregelstrecken im Vergleich (Sättigung jeweils vernachlässigt, FEM-Simulation mit Streuung)

Die aus einzelnen FO-Polynomen zusammengesetzte Transferfunktion ist somit zweckmäßig zur Modellierung des Magnetlagers in Simulationsmodellen (z. B. SIMU-

LINK) jedoch zu komplex für den Entwurf entsprechender FO-Regler. In [10] und [12] werden daher ähnliche Ansätze verfolgt die Lösung zu einem simplen FO-PD^{1/2}-Glied zu vereinfachen:

$$R_{m\text{PD}^{1/2}} = K_P \left(1 + \sqrt{T_1 \cdot s}\right), \quad (20)$$

wobei sich die Stromregelstrecke wie folgt ergibt:

$$\frac{i(s)}{u(s)} = \frac{1}{R_{Cu}} \cdot \frac{1 + \sqrt{T_1 \cdot s}}{1 + \sqrt{T_1 \cdot s} + T_2 \cdot s} \quad (21)$$

$$\text{mit } T_2 = \frac{w^2}{R_{Cu} K_P} = T_h \quad \text{und} \quad K_P = \sum_i R_{mi0}. \quad (22)$$

Wie in Abb. 7 ersichtlich wird, weicht die Näherung für die Axiallagervariante mit Stahlscheibe stärker von den Simulationsergebnissen ab als im Falle der SMC-Scheibe, da in der Vereinfachung nach [12]³ die inhomogene Feldverteilung im Luftspalt vernachlässigt wird. Jedoch ist bei Einsatz einer Stahlscheibe von einem stark inhomogenen Luftspaltfeld auszugehen. Die Vereinfachung nach [10]³ bewertet das inhomogene Luftspaltfeld hingegen zu stark. Welche Option in der Praxis die besseren Ergebnisse liefert, hängt überwiegend von den realisierten Spannungsanstiegen ab, die der Umrichter ausgibt. Zukünftige Arbeiten werden zudem untersuchen, ob weitere vereinfachte Streckenmodelle auf Basis von Gl. 14 bzw. Gl. 19 denkbar sind, die ebenfalls einen FO-Reglerentwurf ermöglichen. Gegenüber dem Modell auf Basis der Eisenkreiszeitkonstante mit stark limitierter Bandbreite (200 Hz im Falle der Stahlscheibe) ist jedoch bereits jetzt eine Verbesserung der Lagerdynamik durch FO-Regler ([6], [15] u. a.) zu erwarten.

Eine vielversprechende Alternative stellt die Flussdichteregulation (Abb. 8) dar.

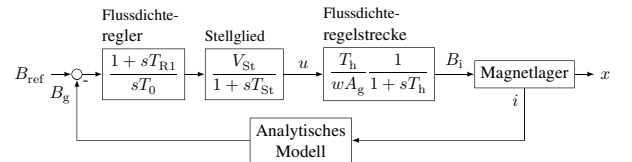


Abbildung 8. Signalflossplan einer der Lageregelung unterlagerten Flussdichteregulation mit Strommessung

Das FO-PD^{1/2}-Glied im Zähler entfällt und die Regelstrecke vereinfacht sich zu

$$\frac{\Phi(s)}{u(s)} = \frac{w}{R_{Cu} R_{m\text{eff}} + w^2 s} = \frac{T_h/w}{1 + \sqrt{T_1} s + T_h s}, \quad (23)$$

wobei anzunehmen ist, dass $\sqrt{T_1} s \ll T_h s$ und es gilt:

$$\frac{\Phi(s)}{u(s)} = \frac{T_h/w}{1 + T_h s}. \quad (24)$$

³Die Grundordnung der effektiven Luftspaltreluktanz R_{mgi} ist $s^{1/4}$. Dieser Anteil kann der stationären Reluktanz R_{m0} mit s^0 zugerechnet werden [12], wodurch hohe Frequenzen begünstigt sind, da der Reluktanzanstieg der Kernelemente überwiegt und der Einfluss der Luftspalte abnimmt. Oder der Anteil wird den Kern-Reluktanzen der Ordnung $s^{1/2}$ zugerechnet [10], womit der Bereich um die Grenzfrequenzen zwar besser approximiert wird, der Luftspalt für hohe Frequenzen jedoch stark überbewertet wird. Ein Beibehalten der Grundordnung ist optimal, erschwert jedoch einen Reglerentwurf.

Die wirbelstrombedingte Stromanhebung hat nur noch Einfluss auf den Spannungsfall über dem Spulenwiderstand R_{Cu} und spielt somit i. d. R. nur noch eine untergeordnete Rolle für die Regelung. Es können konventionelle PI-Regler eingesetzt werden. Wird allerdings weiter auf eine Strommessung gesetzt, so ist eine Rückrechnung des gemessenen Stroms auf eine Flussdichte nötig, was mithilfe der effektiven Reluktanzen mit hoher Genauigkeit möglich ist. Es ist keine Vereinfachung erforderlich und die aufsummierten FO-Polynome (ggf. auch die analytische Lösung) können direkt angewendet werden. Gelingt die im Zuge des Projekts ebenfalls untersuchte Integration einer Flussmessung [16] in das System, so entfällt auch das Berechnungsglied im Rückzweig, da die Einflussnahme der Wirbelstromeffekte praktisch umgangen wird.

IV. VERGLEICH DER MATERIALIEN UND EXPERIMENTELLE ERGEBNISSE

A. Elektromagnetisch

Die Analyse des Spulenstroms des Axiallagers mit SMC-Scheibe für einen 48-V-Spannungssprung (Abb. 9) zeigt, dass sich nach kurzer Zeit ein quasi-konstanter Stromanstieg einstellt. D. h. es hat sich bereits eine konstante Wirbelstromzirkulation aufgebaut und es tritt noch keine Sättigung auf. Letztere wäre dann erreicht, wenn der Stromanstieg im weiteren Verlauf wieder zunimmt, ein Fall, der für dieses Lager bis zum Erreichen der thermischen Grenzen nicht auftritt. Die Eisenkreiszeitkonstante T_{Fe} kann nun nach dem Vorgehen in Abschnitt II aus den Messwerten bestimmt werden.

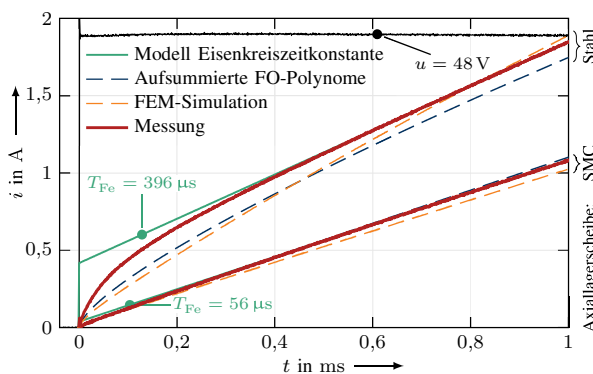


Abbildung 9. Sprungantworten des Spulenstroms für 48-V-Spannungssprung: Regressionsgeraden zur Bestimmung des sekundären Magnetisierungsstroms und der Eisenkreiszeitkonstante für das Axiallager mit SMC- und Stahlscheibe

Das Lager mit SMC-Scheibe besitzt mit $56^{+5}_{-10} \mu s$ eine sehr geringe Eisenkreiszeitkonstante T_{Fe} relativ zur Hauptfeldzeitkonstante $T_h \approx 50$ ms. Bei etwa gleicher Hauptfeldzeitkonstante weist die Stahlscheiben-Variante eine achtmal größere Eisenkreiszeitkonstante ($396^{+32}_{-33} \mu s$) auf. Zudem ist für letzteren Fall ein Bereich konstanten Stromanstiegs nach Gl. 10 nicht eindeutig bestimmbar, da der Aufbau der Wirbelströme auch beim Einsetzen der Wirkung der Hauptfeldkonstante T_h noch nicht abgeklungen ist. Somit ist nur eine ungenaue Bestimmung der Eisenkreiszeitkonstante möglich.

Bei einer Einschwingdauer von ca. $3 T_{Fe}$ ist jedoch schwerwiegender, dass bei der zur Zeit realisierten Pulsfrequenz des Umrichters von 20 kHz erst nach 50 Regelschritten der korrekte Istwert des kraftbildenden Magnetisierungsstroms vorliegt, womit das Modell Eisenkreiszeitkonstante für die Anwendung mit massiven Stahlkomponenten im Magnetkreis praktisch unbrauchbar wird. Das Axiallager mit SMC-Scheibe kann zwar momentan bereits nach vier Regelschritten mit dem genauen Istwert geregelt werden, im Zuge der Entwicklung hochdynamischer Magnetlager sind allerdings Pulsfrequenzen von bis zu 50 kHz angestrebt. Mit dieser Zielstellung sind durch den Einsatz von FO-Reglern auch für die Variante mit SMC-Scheibe potenzielle Verbesserungen der Regeldynamik zu erwarten.

Die gemessene Sprungantwort wird hervorragend durch die aufsummierten FO-Polynome abgebildet, wobei der Fehler, der aus der Vernachlässigung der Streuung resultiert, durch mögliche Fertigungsfehler⁴ kompensiert wird. Die relativ großen Abweichungen zwischen Simulation und Messung im Falle der Stahlscheibe sind mit der Unbestimmtheit der elektromagnetischen Eigenschaften des verbauten Stahls 42CrMo4⁵ zu begründen. Das hohe Wirbelstromaufkommen in der Stahlscheibe hat außerdem eine signifikante Feldverdrängung zur Folge, was in den Randbereichen der Scheibe zur lokalen Sättigung (Abb. 10) und infolgedessen auch zu verstärkter Streuung führt. Da letztere in der effektiven Reluktanz R_{meff} und den FO-Polynomen nicht berücksichtigt werden, kommt es zu einer zusätzlichen Abweichung im Vergleich zu den Messwerten.

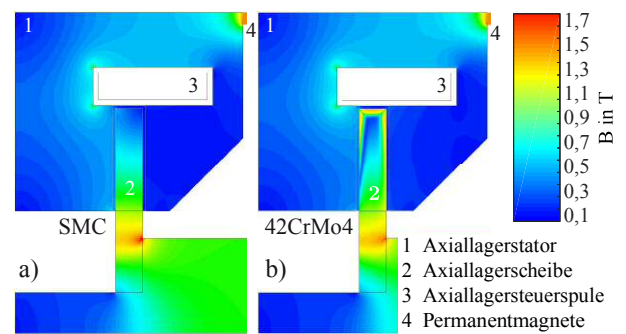


Abbildung 10. Flussdichteverteilung im Axiallagerstator im dynamischen Fall nach einem 48-V-Gleichspannungssprung zum Zeitpunkt, an dem die Steuerspule ihren Bemessungsstrom erreicht, d. h. in einem Luftspalt ist der Vormagnetisierungsfluss vollständig durch den Steuerfluss kompensiert.

In Zukunft kann eine Einbeziehung der nichtlinearen Magnetisierungskennlinien der Kernmaterialien [9] und eines Streureluktanz-Ersatznetzwerkes [13] in Betracht gezogen werden.

⁴Der Stator wird aus mehreren Teilen gefertigt, wodurch weitere kleine Luftspalte zwischen Statorteilen und damit ein Absenken der Hauptfeldinduktivität nicht ausgeschlossen werden können.

⁵Vergütungsstähle nach DIN EN 10083-1 sind nicht der Einhaltung bestimmter elektromagnetischer Kennwerte unterworfen. Alle Eigenschaften sind stark von der Vergütung und der mechanischen Nachbearbeitung abhängig und es kann nicht gewährleistet werden, dass die angenommenen Kennwerte repräsentativ für den verbauten Stahl sind.

B. Mechanisch

Aus elektromagnetischer Sicht hat sich die Axial-lagerscheibe aus SMC als die beste Option erwiesen. Allerdings ist anzunehmen, dass bei Hochgeschwindigkeitsanwendungen die Scheibe in Folge zu hoher Zentrifugalkräfte zerberstet. Die Stabilisierung mit Kohlefaserbandagen, wie sie auch bei permanentmagneterregten Hochgeschwindigkeitssynchronmaschinen zur Fixierung der ggf. aufgeklebten Permanentmagnete verwendet werden, wäre als mögliche Maßnahme nicht ausreichend, denn die größten mechanischen Spannungen wirken an der Innenbohrung der Scheibe. Für kleine Rotordurchmesser kann auf Bohrungen verzichtet werden und stattdessen eine Verklebung der SMC-Aktivteile mit der Welle erfolgen [2], wobei die Haftfestigkeit des Klebers die mechanische Festigkeit des SMCs übersteigt. Durch die fehlende Innenbohrung lassen sich die inneren mechanischen Spannungen reduzieren und machen einen massiven SMC-Rotor auch für höhere Umfangsgeschwindigkeiten nutzbar. In vielen industriellen Anwendungen gibt es jedoch zu rotierenden Komponenten aus Stahl mit bis zu 20-fach höherer Zugfestigkeit keine Alternative.

V. ZUSAMMENFASSUNG

Aus mechanischen und wirtschaftlichen Gründen werden in industriellen Anwendungen überwiegend massive Stahlscheiben eingesetzt. Die Tatsache, dass die elektromagnetischen Eigenschaften dieser Konfiguration Wirbelströme im Magnetkreis begünstigen und somit die Lagerdynamik negativ beeinflussen, wird dabei in Kauf genommen. Eine Möglichkeit diesem Problem zu begegnen ist der Einsatz von Pulververbundwerkstoffen, sowohl im Axiallagerstator als auch in der Scheibe. Auf diese Weise lässt sich die durch die Eisenkreiszeitkonstante beschriebene Verzögerung des Feldaufbaus um 90 % im Vergleich zur Stahlscheibe reduzieren. Nachteile sind eine geringere Sättigungsinduktion und die stark verminderte mechanische Festigkeit, die einen kommerziellen Einsatz von SMC für rotierende Magnetlagerbestandteile bisher verhinderte. Bei weiteren Fortschritten in diesem Feld und dem verstärkten Einsatz von Klebverbindungen, steht den verlustarmen SMC-Lagern ein größeres Anwendungsfeld bevor.

Ein zweiter Ansatz ist die exakte analytische Beschreibung des axialen Magnetkreises im Falle großer Flussanstiege und hoher Beanspruchung durch Wirbelströme. Nach hinreichender Vereinfachung des Modells ist so eine Kompensation der Hauptfeldverzögerung durch die Regelung möglich. Ein bestehendes analytisches Modell, welches auf einer Beschreibung der mechanischen Lagerregelstrecke und Stromregelstrecke mit Verzögerungsgliedern gebrochen-rationaler Ordnung basiert, wurde bereits

erfolgreich auf magnetische Aktoren mit Stahlkernen angewandt. Für SMC nicht gültige Vereinfachungen und die Beschränkung auf identische Materialien zu beiden Seiten des axialen Luftspalts machte es allerdings nur bedingt einsetzbar für die hier untersuchte Konfiguration. Im Zuge diesen Projekts wurden nun erstmals Lösungen für elektromagnetisch unsymmetrische Luftspalte und bisher vernachlässigte Magnetkreiselemente entwickelt.

DANKSAGUNG

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung des Forschungsvorhabens im Zuge des Projekts *DFG HO 1483/64-1, AOBJ: 600924*.

REFERENZEN

- [1] T. Schuhmann. „Optimale Zustandsschätzung und -regelung an Magnetlagern mit integrierten kapazitiven Lagesensoren“. Diss. Technische Universität Dresden, 2011.
- [2] E. Fleischer u. a. „Development of an Active Magnetic Bearing with a Soft Magnetic Composite Core“. *The 13th International Symposium on Magnetic Bearings*. Arlington, Virginia, USA, 2012.
- [3] R. Stoll. *The analysis of eddy currents*. Monographs in electrical and electronic engineering. Oxford: Clarendon Press, 1974.
- [4] P. Silvester. „Eddy-current modes in linear solid-iron bars“. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. Bd. 112. 8. Aug. 1965.
- [5] L. Kucera u. a. „A simple dynamic model for eddy currents in a magnetic actuator“. *Third International Symposium on Magnetic Suspension Technology*. Juli 1996.
- [6] C. Monje u. a. *Fractional-order Systems and Controls: Fundamentals and Applications*. Advances in Industrial Control. London: Springer, 2010.
- [7] R. Rüdtenberg u. a. *Elektrische Schaltvorgänge*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1974.
- [8] F. Bahr u. a. „Permanent Magnet Bias AMB Using Integrated Hall Sensor Based Air Gap Flux Density Feedback“. *Brazilian Workshop on Magnetic Bearings*. 2013.
- [9] R. Rabinovici u. a. „Effective magnetization and forces due to eddy currents“. *IEEE Transactions on Magnetics* 28.3 (Mai 1992), S. 1863–1869.
- [10] L. Zhu. „Non-laminated Magnetic Actuators: Modeling and Performance Limitations“. Diss. University of Virginia, 2005.
- [11] L. Zhu u. a. „Analytic model for a nonlaminated cylindrical magnetic actuator including eddy currents“. *IEEE Transactions on Magnetics* 41.4 (Apr. 2005), S. 1248–1258.
- [12] R. Seifert. „Untersuchung der Eisenkreiszeitkonstante eines axialen Magnetlagers“. Diplomarbeit. Technische Universität Dresden, 2014.
- [13] Y. Sun u. a. „Dynamic Stiffnesses of Active Magnetic Thrust Bearing Including Eddy-Current Effects“. *IEEE Transactions on Magnetics* 45.1 (Jan. 2009), S. 139–149.
- [14] A. Tepljakov u. a. „FOMCON: Fractional-order modeling and control toolbox for MATLAB“. *Proceedings of the 18th International Conference Mixed Design of Integrated Circuits and Systems*. Juni 2011, S. 684–689.
- [15] A. Tepljakov u. a. „Fractional-order controller design and digital implementation using FOMCON toolbox for MATLAB“. *IEEE Conference on Computer Aided Control System Design*. Aug. 2013, S. 340–345.
- [16] I. Mönch u. a. „Flexible Hall Sensorics for Flux Based Control of Magnetic Levitation“. *IEEE Transactions on Magnetics* PP.99 (2015), S. 1–1.